



TITLE:

活性汚泥水処理プロセスの定式化  
と最適化に関する研究(  
Dissertation\_全文)

AUTHOR(S):

内藤, 正明

---

CITATION:

内藤, 正明. 活性汚泥水処理プロセスの定式化と最適化に関する研究. 京都大学, 1969, 工学博士

ISSUE DATE:

1969-11-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r1509>

RIGHT:

# 活性汚泥水処理プロセスの定式化と 最適化に関する研究

昭和44年4月

内 藤 正 明

## 序

衛生工学という学問分野は現在まだ十分に確立したものとは言い難い。それにも拘らずその重要性は、誰もが強く、認識するところとなってきた。緑に小鳥の歌う田園の牧歌は近代化の名の下におし進められた物質文明によって死滅の寸前にある。我々はやっと本当に工業化が近代化でないことに気付きはじめた。核兵器を生んだ物理学者が、また人間性の本質にまで立入った医学者が、自らその罪におののく時がきている。それでも早これ以上の自然科学の進歩に疑問さえ抱きはじめた。

一方、自ら加担した工業化がもたらした自然の破壊という重大な罪をつくなうのは工学者自身の義務である。その先頭に立つものとして衛生工学の使命は今や重大である。

一般に衛生工学で対象とするシステムの多くは公共団体の管理下にあること、及び process に個有の複雑さのために、他の製造プロセスに比べて、合理的な設計、操作の基準が確立されているとは言い難い。しかし最近の計算機の発達と相俟って高度な計算手法が開発され、多くのエレメントを含む複雑なプロセス、システムを取扱う所謂システム工学的アプローチが次第に実用に供され成果を挙げはじめた。この手法が Sanitary process 特にここで対象とする活性汚泥水処理プロセスにも有効に活用しうるであろうことは想像されるところである。この様な現状に対して本研究は、水処理法として代表的な活性汚泥プロセスを対象にし、その全体の最適化という最終目標の為に、まづ個々の流れ系エレメントの新たな定式化を検討し第Ⅰ編において幾つかの有用な数学モデルを導いた。この際従来多くの研究者によって蓄積されたデータを出来るだけ利用した。次に第Ⅱ編においては第Ⅰ編で

導かれた数学モデルを基に対象プロセス全体の最適化計算を行い、従来殆んど経験的にしか知られていなかった活性汚泥各種変法の得失を定量的な基準で評価し、最終的にいかなる操作条件でいかなる設計、操作が最も経済的であるかについて考察を与えた。

第Ⅰ編のモデルの確立、第Ⅱ編の最適化のいずれにおいても、従来この方面ではともすれば敬遠され勝ちだった数学的手法を数学モデルの同定や、最適値探索に出来るだけ導入し活用することに努めた。従ってこれらの方法論及びシステム工学的アプローチ自体も今後の研究の一つの指針となることを期待するものである。

## 目

## 次

## 第 I 編 活性汚泥水処理プロセスの定式化

第 1 章	緒 論 .....	7
第 2 章	活性汚泥プロセスを構成する単位操作 .....	10
第 3 章	流動モデル .....	14
第 1 節	流動モデルの意味とその誘導	
第 2 節	活性汚泥プロセス流系操作の流動特性の記述	
2-1	曝気槽の流動特性	
2-2	沈殿池の流動特性	
2-3	再曝気槽の流動特性	
第 3 節	拡散モデルと槽列モデルの対応関係	
3-1	基礎方程式	
3-2	異なる基準に基づく対応	
3-3	結果の要約	
第 4 章	沈殿池特性の定式化 .....	34
第 1 節	概 説	
第 2 節	従来 of 諸式について	
第 3 節	乱れ混合場での沈降除去過程の表示	
3-1	乱れ混合場での沈降について	
3-2	拡散モデルの提案	
3-3	拡散モデルの実験的裏付け	

第 4 節	偏流場での沈降除去過程の表示	
4 - 1	偏流場での沈降について	
4 - 2	循環流モデルの提案	
4 - 3	循環流モデルの実験的裏付け	
第 5 節	沈殿池での汚泥分離過程に対する考察	
第 6 節	新たな沈殿池表示式に対する示唆	
第 5 章	曝気、再曝気槽特性の定式化	82
第 1 節	概 説	
第 2 節	従来の諸式について	
2 - 1	流動モデル	
2 - 2	速度過程	
第 3 節	活性度導入による生物化学反応機構の定式化	
第 4 節	既往のデータによる活性度假説の裏付け	
第 5 節	活性度基礎式の実験的検討	
第 6 節	活性度モデルのパラメーター推定	
6 - 1	基礎反応速度式	
6 - 2	実験方法およびデータ	
6 - 3	数理的手法	
6 - 4	結果の検討と要約	
第 6 章	活性汚泥プロセスに対する一般的モデルの提示と、 それによる諸変法の統一的表示	101
第 7 章	結 論	105
引 用 文 献		

## 第Ⅱ編 活性汚泥プロセスの最適化に関する研究

第1章	緒 論	111
第2章	沈殿池最適形状に関する一考察	113
第1節	概 説	
第2節	沈殿池内の沈降除去および再浮上現象の定量化	
第3節	数値計算結果	
第3章	曝気槽の最適混合度に関する一考察	118
第1節	概 説	
第2節	生物化学反応に対する流体混合の影響	
第3節	曝気槽の定常効率	
第4節	要 約	
第4章	曝気槽，沈殿池システムの最適化	125
第1節	概 説	
第2節	プロセス方程式	
2-1	曝気過程の速度式	
2-2	沈殿池の除去効率	
2-3	混合モデル	
第3節	最適化	
第4節	計算結果と考察	
第5節	要 約	
第5章	曝気，再曝気槽システムの最適化	135
第1節	概 説	
第2節	プロセス方程式	

2 - 1	曝気，再曝気過程の速度式	
2 - 2	混合モデル	
第 3 節	最適化	
第 4 節	計算結果と考察	
第 5 節	要 約	
第 6 章	全システムの最適化-----	143
第 1 節	概 説	
第 2 節	プロセス方程式	
第 3 節	最適化	
第 4 節	計算結果と考察	
第 5 節	要 約	
第 7 章	結 論 -----	154
引 用 文 献		
結		
附 録		
謝 辞		



## 第 I 編 活性汚泥水処理プロセスの定式化

## 第 1 章 緒 論

活性汚泥水処理プロセスはこれ迄各種の廃水処理に広く用いられ、効果を發揮している有効な水処理法の一つである。この方法は活性汚泥とよぶ一種の微生物群の生物化学的酸化反応を利用し、廃水中の有機物を酸化分解するものである。活性汚泥と廃水は曝気槽とよぶ一種の反応槽の中で混合されて接触し、反応が進行する。この曝気槽には種々の方法で酸素が強制的に供給されるため汚泥と廃水の接触機会、酸素の供給量が大巾に増し、反応の進行が他の方式に比べて相当に早いことが特徴といえよう。このように活性汚泥プロセスでは曝気槽という単位操作に大きな特色がありこれがそのプロセス内での主役を果しているといえよう。これに加えて一般には最初沈澱、及び最終沈殿池という二つの沈降分離操作を設け、時には更に再曝気槽とよぶ活性汚泥の活性度回復のための操作が加えられる。

以上がシステムに流入してくる廃液の処理の為の主要プロセスであり、これにプロセス内で作り出される余剰汚泥の処理の為のいくつかの操作が加わって全体として一つの活性汚泥プロセスを構成している。

本編ではプロセスの主たる部分をなしている曝気・沈澱・再曝気という三種の単位操作の特性を表現する数学モデルを得ることを目的とする。

先ず第2章ではプロセスを構成する単位操作の特性をシステム工学的に記述し、この表現に必要な数式モデルがどのようなものであり、これがどの様に用いられて最終的にシステム工学的な検討の用に供されるかを示す。第3章では対象とする流れ系操作の表現の基礎となる流動モデルについて検討し、最も代表的な槽列モデルと拡散モデルの間の対応関

係を考察することによってそれらの特徴を把握し、モデルとその物理的意味の理解を深めて以降の応用に備える。次に第4章第1節では、沈殿池の除去率表示を導くため、先ず従来の諸表示について検討し、それらの物理的な意味に統一的な解釈を与えると同時にすべてを包含しうる一般的なモデルを提示し、これを実験的に裏付けした。

しかし含まれる浮遊物質が簡単な単粒子沈降の特性をもつ場合に比べて曝気槽からの Mixed Liquor のような高濃度の汚泥の分離過程では相当挙動が複雑であり、後者を表現するには特別の工夫が必要となる。ここでは簡単な仮定を導入することにより後者の複雑な過程が、取扱いの容易な前者の過程に変換されることを実験データから見出した。

第2節では再曝気及び曝気槽での汚泥、基質の変化を従来の諸式に従って表示し、これに新たに汚泥の生物学的活性度という概念を導入することによりこれまで全く定式化されていなかった再曝気槽（スタビリゼーション Pond）での汚泥の挙動も曝気槽に対すると同一の式で表示されることを見出し、これを実験的に確かめた。この場合数学的には曝気、再曝気両槽の相違は単に状態変数の値の違いであって、それを表現する基礎式に相違は全くないことを意味し、数式上両者が統一的に表示され便利になった。この数式モデルを新たに活性度モデルと名付けたが、これによって初めて再曝気槽の特性が定式化された。この意味でもここに導入した活性度の意味は大きいものといえよう。

最後に第3節でこれら簡々の単位操作について得られた結果を総合して、プロセス全体を表現する数式モデルを完成する。この時各々の単位操作の諸特性は互いに関連し合っているので、パラメーター相互の関係を順次検討し実験によってその関係式を決定した。以上で第1編の目的

とする活性汚泥プロセス全体の数式モデルが得られたが、これは、第Ⅱ編でおこなうプロセス最適計算の基礎式として用いられ、活性汚泥プロセスの設計、操作に対して幾つかの新たな知見を提起する。

ところで生物反応を利用する水処理プロセスに共通する大きな問題点は、

①既に述べた通り、このプロセスで主役を果す活性汚泥は各種の微生物集団、すなわちまさしく生き物であり、したがって物理操作、化学操作などに比して多くの因子の影響を受ける為挙動が複雑で速度過程に再現性が乏しい。

②装置規模がケミカルプラントなどに比べて非常に大きく、かつ外的環境の影響を直接受ける為流動過程が特に複雑であること。

の2つであろう。それが活性汚泥プロセスを定式化する場合の大きな障害となりこれまで殆んど満足すべき数式表示の得られていない理由であろう。

また上記の特性故に本プロセスの解析や設計には数式を用いることを意識的に避け多くの実験データないしは実際操作の経験に基づいておこなうのが望ましいと主張する、McKinney など多くの学者のいることも生物化学プロセスの本質を考えると故なしとしない。しかし時代の趨勢はあらゆるプロセス、プラントに厳しく経済性を要求するようになり同時に、数学的な解析手法、計算手法の発展が著じるしい。この時、活性汚泥プロセスに対してもこれを更に合理的に設計し、操作する定量的な根拠が要求されるのは当然で、これに答えるのが我々の努めであろう。そのためにはまだ未解明の多くの問題を含みながらも、現段階で出来る限りの情報を活用してその数式による定量的な表現化を試みる

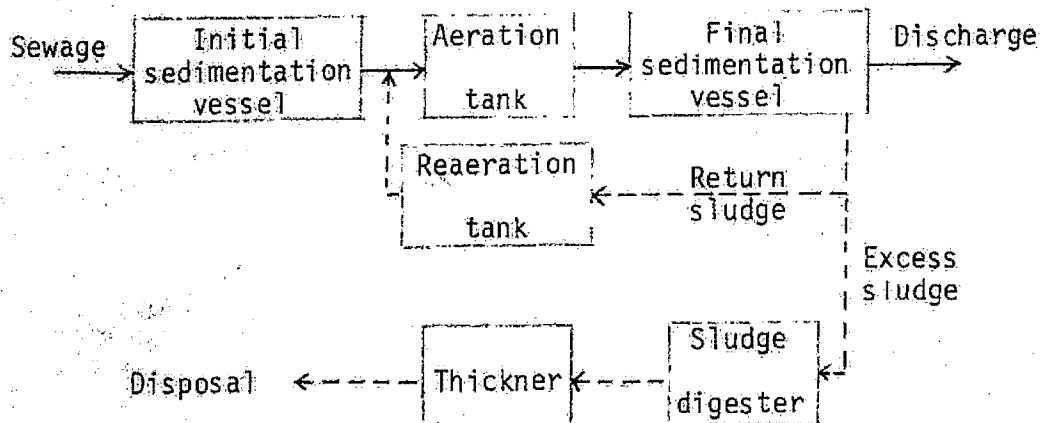


Fig.1 The general flow diagram of the activated sludge system

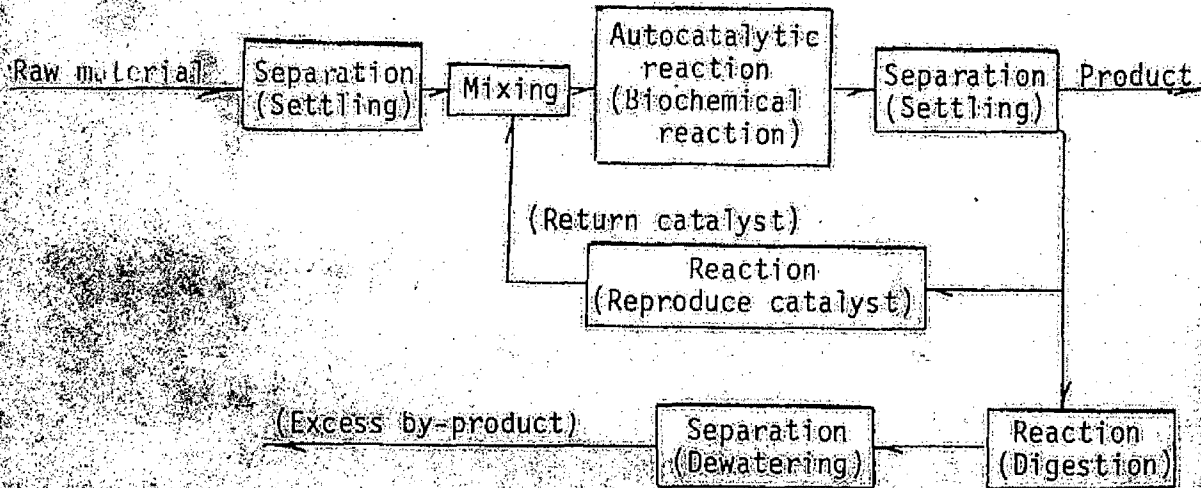


Fig.2. Description of the activated sludge process based on the expression of process engineering.

ことは是非とも必要であろう。

## 第 2 章 活性汚泥プロセスを構成する単位操作

活性汚泥法と総称されるプロセスにはこれ迄種々の改良が加えられ多くの変法を生んでいる。これらすべてのプロセスを対象にその優劣、得失を定量的に比較検討するためには、すべての変法プロセスを含むなるべく一般的なプロセスを対象として取上げる必要がある。Fig.1 に活性汚泥プロセスの一般的なフローシートを示す。

流入廃水は最初沈殿に流入し、ここで無機物等の沈降し易い浮遊物質が沈降して除去される。次に曝気槽で活性汚泥と混合されて曝気を受け、生物化学反応により浮遊、溶解両有機物が酸化分解をうける。曝気槽を出た汚泥と廃水の混合液 (Mixed Liquor) は最終沈殿池に流入し汚泥と上澄に分離されこの上澄みは放流される。通常のプロセスではこの返送汚泥はそのまま流入廃水と混合されるが、ある種のプロセスは再曝気槽ないしは、安定池とよばれる槽内で曝気をうけ、活性を回復した後返送される。

余剰汚泥の処理は多くの場合、通常の燃焼あるいは嫌気性消化によるが、最近では高圧液相酸化いわゆる Zimmermann Process なども用いられ始め横浜市中部下水処理場にその一例がある、〔1〕。Fig-2 は Fig-1 のプロセスを反応工学的に見た場合の各装置の役割を記したものである。処理場に流入してくる廃水はこのシステムに対する唯一の原料であると考えられる。これが先ず最初沈殿池に流入してその中

に含まれる比較的大きな沈降性物質，主として無機質浮遊物が液中から除かれるがこの操作は，原料の前処理であって何らの質の変化も伴わない単なる分離操作として取扱える。次にこの前処理済みの原料（廃水）は返送されてきた触媒（活性汚泥）と混合される。これも質の変化の伴わない単なる混合操作である。混合された原料と触媒はこのシステムでの主操作である反応槽（曝気槽）に入る。ここで酸素の供給の下に酸化反応が進行するがこの反応は次の様なものである。

$(\text{Oxygen}) + (\text{Substrate}) + (\text{Activated Sludge}) \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{Activated Sludge}$ . これは活性汚泥を触媒とする一種の自触媒酸化反応とみなせる。この反応が充分進行した後再び次の（最終沈殿池）に入るが，ここでは触媒と製品（処理廃水）が分離され，これもまた質の変化を伴わない分離操作とみなせよう。厳密にはこの中でも幾分反応が進行し触媒の特性も変化しようがほとんど無視小と考えられる。製品はプロセス外へ，分離された触媒は再利用の為に入口へ返送されるが，曝気槽に流入した汚泥は増殖又は分解し，その量は変化している。通常の操作において汚泥は増大するので，その増加分だけは次の反応装置で分解処置しなければならない。一方返送触媒はある場合には再生装置（再曝気槽）でその性能（この場合一種の活性度）の回復操作をうけた後再び反応に供される。最近発展をみたシステム工学的な手法を導入する場合にプロセスの各エレメントをこの様に一般的な分類に従って定義しておくことは有意義である。そこで定義された“分離”，“反応”，“混合”，などの単位操作に対しては既に一般的な取扱い，たとえば線型モデルの誘導と，そのシグナルフローによる記述，その最適フローの決定，などの手法が研究され始めており〔2，3〕，いずれ活性汚泥

プロセス全体に対しこの様なシステム工学的手法を導入して解析する場合に上記のような用語によって記述しておくことは必要であろう。

活性汚泥プロセス内の各装置はいずれも流体が連続的，又は間歇的に注入され，その中で何らかの変化が流体の性質に加えられて流出してくる。この様な操作は，一般に流通系操作と呼ばれる。ここで対象とする曝気槽，最終沈殿池及び，再曝気槽という三つの流通系操作では，流体に含まれる成分に対し，それぞれ反応，沈降分離，反応という過程が加えられることは既に述べたが，実際の処理施設では，それらは連続的に操作されることが殆んどで，しかもその流れの方向は，矩型の一端より流入して他端に流下してゆく型式が多い。したがって本研究では主として連続流入式矩型槽を対象にする。しかし最近特に曝気槽，沈殿池何れに対しても円型槽が用いられることも多くなってきた。これらは一見矩型槽と全く挙動が異なる様にみえるが多くの点で共通したところがあり，本研究の成果もある部分は直接に，ある部分は僅かの修正で，それらに応用出来るので，必ずしもすべての検討結果が矩型槽のみに限定されるものではない。この点については対応する個所で略述する。

以上が本研究で以下に論じようとする対象プロセスの概略である。次章ではまづ流れ系システムの定式化に必要な欠くべからざる流助モデルについての一般的な検討をおこなう。次に「再曝気」，「曝気」，「沈殿」の三つのエレメントそれぞれの個有の機構を検討して，最終的には対象システム全体の数式表示をうる。

本論の中で以下にもしばしば用いる用語のうち，特にシステム工学の分野で用いられるものについて定義しておく。なおこの定義は主として Himmelblau , Bischoff によっている [4]。



- プロセス : 各種の衛生工学的、化学工学的な装置による対象物質の処理またはその一連の実際操作を表示するもので後述するモデルに対応する語である。ここでは曝気、沈殿、再曝気各操作の三つが対象とする個々のプロセス、即ちユニットプロセスである。
- エレメント : プロセスの抽象的な呼び方で、システムの構成要素であるものを指す。
- システム : 物質又は、情報の流れによってつなぎ合わされた一連のエレメントの組合せからなるもので、システムの出力は個々のエレメントの特性の関数であることは勿論、個々のエレメント間の相互関係によっても左右される。この点にシステムは単に個々のエレメントのみの解明とこの単純な重ね合せのみでは説明しえず、エレメントを組合せることから生ずる相互関係を充分考慮に入れて全体として取扱われねばならない必要性がある。この様な対象の全体的な見方がシステム工学的な見方といえよう。たとえば、最終沈殿池の沈降分離特性は曝気槽における曝気特性に大いに左右され、又再曝気特性が曝気槽での反応特性に大きな影響をもつなど、三つのエレメントが密接に影響を及ぼし合っていることが十分認められる活性汚泥プロセスこそシステム全体としてみる取扱いが不可欠であろう。
- パラメーター : プロセスとその環境の特性を示すもので、方程式に

含まれる定数又は係数を指し、ある数値をとる。

モデル： プロセスの挙動を数学的に記述する方程式で、模型と区別する為数式モデルと呼ばれることもある。

### 第 3 章 流 動 モ デ ル

#### 第一節 流動モデルの意味とその誘導

ここで対象とする活性汚泥プロセスの中の各単位操作はすべて流通系操作と呼びうることを述べ、流通系操作の定義を「ある装置の中を流体が流れる間にその流体又は流体中に質又は量的変化が見られる様な操作である」とした。この定義に従えば、水処理プロセスの単位操作は勿論のこと、広く水系汚染から大気汚染の問題など、ほとんどの衛生工学の対象はこの範囲に入るといってよく、これらの諸問題にはすべて類似の手法が適用されるものと思われる。その意味でも出来るだけ一般的な形で流通系操作の数式モデルを提示することは極めて有用であろう。流通系操作を定式化するには、上記の定義の如く ①流れている流体の挙動を表示すること及び ②その流体中に起る変化の状態を数式化すること、の二つに分けて考えるのが便利であろう。①はいわゆる流動モデルと呼ばれるもので既に化学工学の分野ではこれについて詳しい検討がなされてきており、これらを総合的に纏めた Levenspiel [5] 等の著書が知られている。

一方②は普通、速度過程とよばれる項で反応に於ける反応速度項、

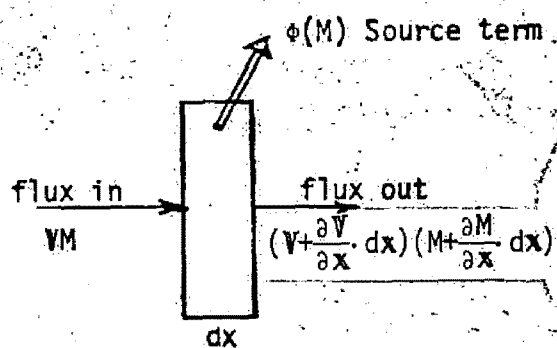


Fig.3 Material balance in a differential volume.

物質移動に於ける移動速度項などがこれに相当する。両者が十分解明されてはじめて流通系のモデルが完成する。本章の目的は流通系操作に出来るだけ広く適用しうる様な流動モデルを導くことを目標に種々の検討をする。

これ迄流動モデルという概念が主として化学プラントを対象に化学工学の分野で用いられてきたものであり、衛生工学の方面で余り馴染みのある手法でないこと、衛生工学の分野で対象とする様な大規模かつ複雑な流れ系に適用する場合、特別の考慮が必要なことのため、改めてここで従来のモデルを取り上げて論ずるが、この検討は後に曝気槽、沈澱池、などの流通系に適用する際に役立つであろう。

すべての物理系の基礎式が対象量の保存則に基づいて導かれるように流通系操作に対してもその系内での対象物質の物質収支式即ち質量保存則が基礎となる。(Fig-3)

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \text{div} (\psi M) - \phi(M) = 0 \quad (1-1)$$

ここに $\psi$ は流速(ベクトル量)で $\phi$ はその物質の発生(消滅)の速度を示す速度項である。Mは対象物質の濃度。

前者が先述の流れの場の状態、流れの挙動を表現する項であり、後者が対象物質の質的又は量的変化を示す速度過程の項である。

(1-1)式がこの二つの基本的な挙動を結びつける役割を果していると言えよう。

したがってもし $\psi$ と $\phi$ とが正しく得られるならば(1-1)を解くことにより、Mが場所及び時間の関数M(x, y, z, t)として求め

られる可能性がある。

しかしその様な解が一般的な形で得られることは少ない。その理由は実際の複雑な系に対して $\psi$ と $\phi$ を正しく表現することがむづかしくまた、たとえ十分の精度で $\psi$ と $\phi$ が与えられたとしてもこれらを(1-1)に代入して所与の境界初期条件の基で一般的に解を得るのは多くの場合、困難であることに在る。そこで種々の仮定、近似化を行って(1-1)式を簡単化することが必要になる。この簡単化の過程においてよく知られた簡単な流動モデルが誘導される様子を示し、次節以降に流動モデルを種々適用する際の理解の便とする。

(1-1) 式で $\phi$ はその操作に個有の速度過程の項で、反応装置についてはこの項は反応速度項を意味し「反応速度論」として大いに研究されている。

しかし、ここで対象とする水処理プロセスの各単位操作に対してはこの項の検討がまだ不十分でこれが水処理プロセスの数式化を行う場合の大きな障害になっている。本研究の主要部分は水処理装置単位操作の速度過程の数式表示の検討にあり、該当する各節で詳述する。

(1-1) 式の中で $\psi$ は装置内の流れの場を規定するものであり、これを決定するのは流体力学の領域に属し、Navier-Stokes の式に従って解かれるものである。すなわち

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho\psi) + \text{grad } (\rho\psi\psi) = \rho\Delta\psi - \text{grad } P + F \quad (1-2)$$

ここに $\rho$ ：流体の密度， $P$ ：流体の圧力， $F$ ：流れ場に働く外力。これが所与の境界条件と初期条件の下で解ければよい。しかしこれまた一

般には容易な問題ではない。特に対象とする流れ系が水処理装置のように大規模で、流れの様相が複雑である場合 (1-2) 式に基づいて  $\psi(x, y, z, t)$  を厳密に得ることはむつかしく多くの仮定と近似を余儀なくされる。第一段階の近似として  $\psi$  及び  $M$  を時間に関するある平均値と乱れの項に分ける手法が通常とられる。

$$\psi = \bar{\psi} + \psi' \quad (1-3)$$

$$M = \bar{M} + M' \quad (1-4)$$

(1-3), (1-4) 式を (1-1) に代入し、時間に関し再び平均化すると次式となる。

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} + \text{div} (\bar{\psi} \bar{M}) + \text{div} (\psi' M') - \phi (\bar{M} + M') = 0 \quad (1-5)$$

(1-5) 式は平均値としての  $\bar{\psi}$ ,  $\bar{M}$  の他に乱れ項  $M'$  と  $\psi'$  を含んでいるが最終的には、乱れ項は除いて平均量だけで表わされることが望ましい。そこで最終項について考えるともし速度過程が線型である場合には平均化操作で  $\bar{M}' = 0$  となる。しかし速度過程が非線型の場合、たとえば高次反応などでは  $\phi = K (\bar{M}^n + \bar{M}'^n)$  となり ( $n > 1$ )  $\bar{M}'^n \neq 0$  であることに注意せねばならない。このことは速度過程が非線型である場合、混合、乱れ現象がその速度過程の進行に複雑な影響をもつことを

意味するもので，特に注意が必要であると同時に出来る限り速度項を線型表示したい要求の一つにもなる。ここでは速度項に対する検討は措いて一応対象プロセスの速度項が線型であるものとして  $\phi(\bar{M} + M') = \phi(\bar{M})$  としよう。

(1-5) 式第3項は乱れに基づく対象量  $M$  の移送を意味する。これを平均量と結びつける色々の試みがなされた。直感的にも理解し易く巧みな方法は乱れによる輸送過程と分子運動による拡散現象とを相似とみて Fickian law と類似の表現

$$\psi' M' = -E \text{grad } \bar{M} \quad (1-6)$$

を導入することである。こゝに  $E$  は通常，分散係数 (dispersion coefficient)，逆混合係数 (backmixing coefficient)，又は乱れ混合係数などと呼ばれ，分子拡散係数 (diffusion coefficient) に対応するもので ( $L^2/T$ ) の元をもつ。

このことから (1-6) 式が適用出来るプロセスはその乱れのスケールが装置全体のスケールに比べて，相当小さく，統計的にランダムとみなせる特性をもつものでなければならない。(1-6) 式を導入することによって (1-5) 式は平均量  $\bar{\psi}$  と  $\bar{M}$  のみで表わされる。

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} = \text{div} (E \text{grad } \bar{M}) - \text{div} (\bar{\psi} \bar{M}) + \phi(\bar{M}) \quad (1-7)$$

ここに  $E = \begin{bmatrix} E_x & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & E_z \end{bmatrix}$  なる対角行列で、この各成分は  $\bar{\psi}$  の三つの成分 ( $u_x, u_y, u_z$ ) と共に場所及び時間の関数であると考えたものが最も一般的である。しかし (1-7) 式はまだ複雑にすぎるので  $E$  と  $\bar{\psi}$  に対する近似が必要である。

第2段階の近似としては  $\bar{\psi}$  と  $E$  を対象の流れ系の流動特性に応じて出来るだけ簡単化することである。これは直感的な判断によることが多く、どこ迄簡単化するのが望ましいかを定量的に比較検討することは困難である。簡略化の順序としては先ず各成分を時間及び場所に関して一定値とみなすと同時に重要でない成分を除いて次元を減ずることである。

通常は流れ方向に関する変動が横断及び上下方向に比べて卓越し、かつ重要なので

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E_x \frac{\partial \bar{M}}{\partial x} \right) + E_y \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial y^2} + E_z \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial z^2} - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}_x \bar{M}) + \phi(\bar{M}) \quad (1-8)$$

とすることが妥当と考えられる。(1-8) 式が以下に用いる流れ系モデルの一般的な形であり、ほとんどの流れ系モデルはこれを簡略化したものである。

さらに (1-8) 式を容易なものにする為に  $E_x = \text{一定}$ ,  $E_y = E_z = 0$ ,  $\bar{u}_x = \text{一定}$ , とおくことが考えられる。この近似によって (1-8) 式は次の最もよく知られた一次元拡散モデルになる。



$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} = E_x \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial x^2} - U_x \frac{\partial \bar{M}}{\partial x} + \phi(\bar{M}) \quad (1-9)$$

上式は  $E_x$  の大小により流れの乱れ程度を表わし、

$E_x \rightarrow 0$  : 押出流れの場合右辺第1項が消去される。

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial t} = -U_x \frac{\partial \bar{M}}{\partial x} + \phi(\bar{M}) \quad (1-10)$$

$E_x \rightarrow \infty$  : 槽内は完全に混合され  $\bar{M}$  は場所の関数でなくなり、  
全容積  $V$  につき積分出来て

$$\int_V \frac{\partial \bar{M}}{\partial t} dV = - \int_A \int_{z_{in}}^{z_{out}} U_x \frac{\partial \bar{M}}{\partial x} dV + \int_V \phi_M(\bar{M}) dV \quad (1-11)$$

すなわち

$$V \frac{d\bar{M}}{dt} = Q_M (M_I - \bar{M}) + \phi(\bar{M}) V \quad (1-12)$$

ここに  $M_I$  : 流入濃度,  $Q_M$  : 流入流量,  $V$  : 槽容積,

このことからわかるように (1-9) 式は (1-10) 式と (1-12) 式で表わされる押出及び完全混合流れの両極端の中間にある任意程度の混合状態 (特に流れ場が均一混合度で表示出来る混合状態) を表示しう

るモデルであり，従来化学工学の流系モデルとして広く用いられてきたものである。一方任意程度の均一混合状態を表示する為にこの拡散モデルと共に集中定数系モデルとしての槽列モデルが，種々の利点の為に広く用いられてきた。

これは (1-12) 式で表わされる単一完全混合槽を直列にいくつか結合したもので

$$V \frac{d\bar{M}_i}{dt} = Q (\bar{M}_{i-1} - \bar{M}_i) + \phi_i (\bar{M}_i) V \quad (1-13)$$

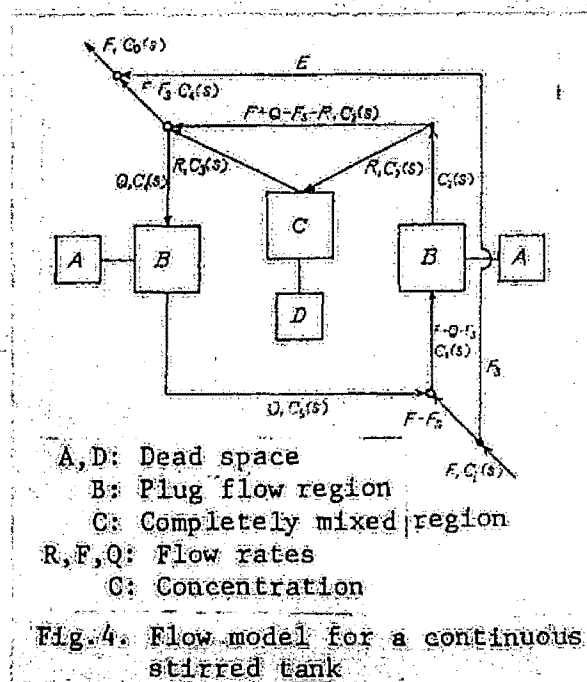
$$i = 1 \dots n$$

ここに脚字  $i$  は第  $i$  番目の槽を示す。(1-13) 式では槽数  $n$  が流れ系の混合度を表わし  $n=1$  で単一完全混合， $n \rightarrow \infty$  で押出流れに相当する。これから分るように混合度を表示する  $n$  と  $Pe$  との間には一対一の対応が存在する。古く Kramers [6] はこの対応関係を次式で与えている

$$n = \frac{Pe}{2} + 1 \quad (1-14)$$

ここに  $Pe = U_{\infty} L / E$  (混合ペクレ数)， $L$ ：装置長さ

これは両モデルから計算されたインパルス応答の分散を等しいと置いて導かれた関係であるから，この関係を満す  $n$  と  $Pe$  を用いれば両モデルは混合度（分散が等しいという意味での）に因して等価であると言えよ



う。しかし (1-9) 式が微分方程式，(1-13) 式が差分方程式であることから，その解は前者で指数関数，後者で巾関数となり両者は本質的に異なる。よってそこから得られる諸特性は差異のあることを知らねばならない。この点に関する詳細な検討を次節で行うが，ある流れ系を表示する場合，どちらが望ましいかを一般的に結論するのはむづかしい。

原則としては，実際の流れの状態が押出流れに近いものか，あるいは単一完全混合又はそのいくつかの結合系的なものであるかということに従って拡散モデルか槽列モデルかを採用するのが適切であろう。次章以降では，対象とする流れ系の流れの状態に応じて，主として拡散モデルに基づいて検討するがこれがむづかしい場合には押出流れと完全混合の両極端の流動モデルも採用する。

以上は主として流れの場が場所的に均一な混合をもつ流れを対象にそのモデル表示を検討したものであるが，実際の流れ系，特に水処理プロセスの流れ系は均一混合場というより，むしろ不均一な特異流れが生じているとみななければならない。ここで言う異常流れとは次の様な流れ様相，即ち短絡流，循環流，死水域などと呼ばれる流れパターンで，拡散，槽列いずれのモデルでも単独では，上述の特異な流れパターンを表示しえない。そこでこれら特異流れの表示の為に従来とられてきたモデル化の方法は単純化した流れのエレメントを実際の状態に近いように組み合わせることである。例えば混合槽に対し提出されたモデルの一つを例にとって示すと〔7〕，Fig-4 のようである。これにはすべての異常流れのエレメントが含まれており異常流モデルの好例といえよう。

最後に本研究で対象とする流通系操作についてその流れの特性を検討してみる。

## 第2節 活性汚泥プロセス流系操作の流動特性の記述

### 2-1 曝気槽の流動特性

曝気槽の曝気手段としては通常空気吹込み又は機械的攪拌のいずれか又場合によってはその両者〔8〕が採用されている。いずれの方法が用いられるとしても槽内には相当はげしく混合が起っている。これは酸素を溶存させる目的と同時に液中の汚泥を浮遊状態に保ち沈積を防ぐ意味からも必要である。したがって矩形の曝気槽をその混合状態からみた場合、流れに垂直な断面内では普通施回流が生じているとしても流れ方向に関しては、ほぼ均一な混合状態になっており、また断面内の濃度は均一とみなしてよからう。すなわち一次元拡散モデルがうまく適用できる好対象であると考えられる。なおほとんどの曝気槽で空気の吹込みないしは攪拌が流れ方向に均一であるが、ある場合 (tapered aeration とよばれる操作) では流れに添って順次空気吹込み量が減らされている。この場合混合度は、下流にゆくにつれて減少しているものと考えねばならない。したがって

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E(x) \frac{\partial M}{\partial x} \right) - U_x \frac{\partial M}{\partial x} + \phi(M) \quad (1-15)$$

が矩形曝気操作に対する流動モデルとして十分一般的であると言えよう。なお以下 $\bar{\psi}$ ,  $\bar{M}$ を $\psi$ ,  $M$ と記す。ここで混合度は $x$ 方向（流下方向）の関数 $E(x)$ であるとした訳であるが，それがどのような関数になるか，すなわち各点での空気吹込量ないしは攪拌強度と混合度との関係がどのような様であるかはむづかしい問題でこれは今後の研究課題である。

一方円形曝気槽も特に米国では強く支持する Mckinney の影響もあり普及している。この場合は流動は単一完全混合槽に近い状態にあり，それによって外部からの変動が均一化されることを期待している。この場合は混合槽モデルが十分な精度で適用出来よう。

## 2-2 沈殿池の流動特性

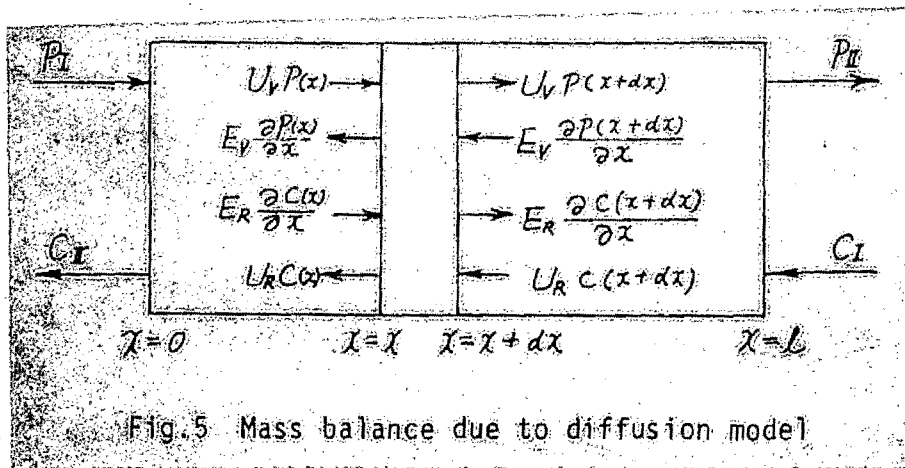
曝気槽とは逆に沈殿池は出来るだけ乱れや特異な流れのない押出流れであることが望ましい。そのために種々の工夫もこらされており，曝気槽に比べて乱れ混合というのは比較にならぬ程少ない。しかしこのことが却って沈殿池内の流れを不安定にし，スケールの大きいゆるやかな乱れ，すなわち，前述の異常流を惹起することになる。したがって沈殿池では，従来から偏流（短絡流，死水域，循環流）が非常に重視されている。しかし偏流とは文字通り，場所的に不均一な流れでありこれを正確に数式表示することは容易でない。これに対する方法は，（i）運動方程式に基づく方法と（ii）巨視的モデルに基づく方法が考えられよう。前者は運動方程式の解すなわち， $\psi$ を場所の連続関数として与える。例えば水面を吹く風の影

器で生じた矩形槽内吹送流の流速分布を与えた〔9〕の結果は、循環流の流速パターンを与えるものと考えられ、これを例えば（1—7）式の $\bar{\psi}$ に代入して解くことも考えられる。一方後者は流れの様相を観察することによりある程度直感的に Fig—4 に示したような簡単なフローエレメントのモデルを組合わせて表示し、含まれるモデルパラメーターを実験によって後で決定する方法で、Fig—4 の例にならって沈殿池特性に合うモデルを考えることが出来よう。どの方法によるのがよいかはその流動モデルがいかなる目的に用いられるかによるのであって、それに応じて最も適切なものを選ぶには十分な判断力を要する。しかし沈殿池の流動、特にそのような偏流を取扱うための数学的モデルについて考察された例は少なく、僅かに中川〔10〕の研究がみられるにすぎない。この研究結果は偏流の沈殿池特性に及ぼす影響を可成り一般的によくとらえている。本研究では主として巨視的なフローモデルの方法に従って沈殿池偏流に対する考察を行ったものであるが、これは次章“沈殿池モデル表示”に於いて詳述する。

### 2—3 再曝気槽の流動特性

再曝気槽の操作は、曝気槽と本質的に異なるものではない。したがってその流動特性も殆んど曝気槽と似たものとみなしてよからう。

## 第3節 拡散モデルと槽列モデルの対応関係についての検討





ここでは流動モデルについての基礎的な知見をうるため最も多く利用されている拡散モデルと槽列モデルを取上げ，その両者の間にどのような対応関係があり，どの点が相違するか，それぞれのモデルの特徴は何かなどについて略述し次章以降でこれらのモデルを水処理プロセスに適用する場合の理解の助けとする。

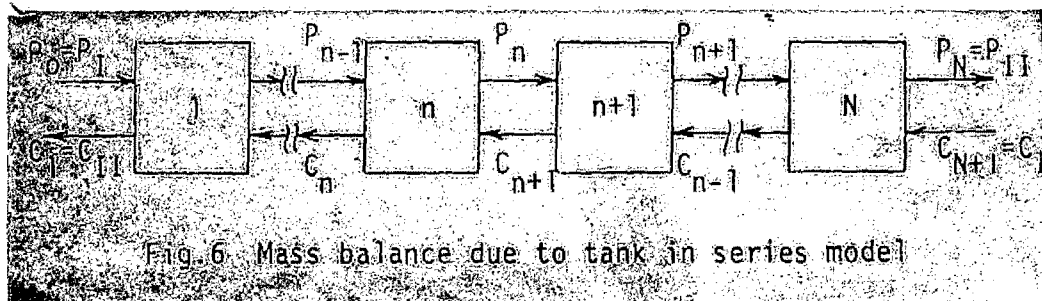
対象とする操作は「多段向流物質移動操作」でこれを表現するのに上の二つの流動モデルを用いた場合の両モデル間の相互関係を検討してみる。非定常状態に対する拡散モデルおよび槽列モデルは前者が偏微分方程式，後者が微分差分方程式となるため，この両者の解の性質が完全に一致することはあり得ない。たゞモデルの利用目的に応じて，必要とする系の特性を適切な近似度で一致させるように両モデルパラメーターを決めることが出来る。ここでは系の特性として，基礎方程式の形，混合度表示，プロセスの定常特性，及び動特性という四つの異なった基準を取り上げてみる。

### 3-1 基礎方程式

拡散モデルに基づく物質収支式は次のようになる。(Fig-5)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E_R \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + U_R \frac{\partial C}{\partial z} + \frac{K_{OR}}{H_R} (C^* - C) \quad (1-16)$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial t} = E_V \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} - U_V \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{K_{OR}}{H_R} (C^* - C) \quad (1-17)$$



平衡関係は次式で仮定する

$$P = mC^* + n \quad (1-18)$$

境界条件は

$$z=0 \text{ にて } E_V \frac{\partial P}{\partial z} = U_V (P - P_I), \quad E_R \frac{\partial C}{\partial z} = 0$$

$$z=l \text{ にて } E_R \frac{\partial C}{\partial z} = U_R (C - C_I), \quad E_V \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

ここに,  $C, P$ : 第1, 第2流体組成

$z$ : 第2流体入口から測った距離

$t$ : 時間

$E_R, E_V$ : それぞれ第1, 第2流体混合係数

$U_R, U_V$ : " " 流体流速

$K_{OR}$ : 第1流体基準総活物質移動容量係数

$H_R$ : " ホールドアップ

一方完全混合槽列モデルに基づく物質収支式は次式となる。(Fig-6)

$$\frac{H_R}{N} \frac{dC_n}{dt} = R (C_{n+1} - C_n) + \frac{K_{Ra} \bar{W}}{N} (C_n^* - C_n) \quad (1-19)$$

$$\frac{H_V}{N} \frac{dP_n}{dt} = V (P_{n-1} - P_n) - \frac{K_{Ra} \bar{W}}{N} (C_n^* - C_n) \quad (1-20)$$

平衡関係は次式で仮定する。

$$P_n = mC_n^* + b$$

境界条件は

$$n = 0 \text{ にて } P_n = P_I, \quad n = N+1 \text{ にて } C_n = C_I$$

ここに  $C_n, P_n$  : それぞれ第 1, 第 2 流体の第  $n$  段槽における  
濃度

$K_R a$  : 単位体積当りの第 1 流体基準総活物質移動容量  
係数

$R, V$  : それぞれ第 1, 第 2 流体流量

これらの両モデル基礎式を基に上記の様ないくつかの基準に従って  
両モデルの対応関係をしらべる。

### 3-2 異なる基準に基づく対応

#### 基礎方程式の形に基づく対応

(1-16), (1-17) 式を差分方程式に近似すると,

$1/N \simeq \Delta z$  とおくことにより (1-16) 式は

$$\frac{1}{N} \frac{dC_n}{dt} = \left( \frac{N}{P_{eR}} + \frac{1}{2} \right) (C_{n+1} - C_n) + \left( \frac{N}{P_{ev}} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\times (C_n - C_{n-1}) + \frac{N_{OR}}{N} (C_n^* - C_n) \quad (1-22)$$

ここに  $N$  : 総段数,  $P_{eR} = \frac{U_R \ell}{E_R}$ ,  $P_{eV} = \frac{U_V \ell}{E_V}$ ,  $N_{OR} = N \cdot T \cdot U$ .

一方 (1-19) 式は無次元化すると

$$\frac{1}{N} \frac{dC_n}{dt} = (C_{n+1} - C_n) + \frac{N_{OR}}{N} (C_n^* - C_n) \quad (1-23)$$

そこで (1-22), (1-23) 両式を一致させるためには

$$\frac{N}{P_{eR}} + \frac{1}{2} = 1, \quad \frac{N}{P_{eV}} - \frac{1}{2} = 0$$

が成り立たねばならない。したがってパラメーター間に次の関係が得られる。

$$N = \frac{P_{eR}}{2} = \frac{P_{eV}}{2} \quad (1-24)$$

#### インパルス応答の分散に基づく対応

Miyauchi と Vermeulen [8] が既に拡散モデルと逆流を伴う槽列モデル (新たに Miyauchi によって提案された一種の槽列モデル) に対して滞留時間分布曲線の分散を与えている。その

結果を用いると  $P_{eR} = P_{ev} = 2(N-1) \times (1 + \frac{1}{2N})$

となる。これを書きかえると

$$N + \frac{1}{2N} = \frac{P_e}{2} + \frac{1}{2} \quad (1-25)$$

ここに  $P_e = P_{eR} = P_{ev}$

プロセス定常効率に基づく対応関係

分布定数系の基礎方程式 (1-16), (1-17) 式を定常状態に対して解き, 定常効率を求めると第1流体, 第2流体それぞれに対して, 次式のようになる。

$$\frac{C_{II} - C_I}{C_I^* - C_I} = \lambda \frac{1 - M_D}{1 - \lambda M_D} \quad (1-26)$$

$$\frac{P_{II} - P_I}{P_I^* - P_I} = \frac{1 - M_D}{1 - \lambda M_D} \quad (1-27)$$

ここで  $\lambda = mV/R$

$$M_D = \frac{k_R(\alpha)(r-\beta)e^{r+\beta} + k_R(\beta)(\alpha-r)e^{\alpha+r}}{k_V(\alpha)(r-\beta)e^{\alpha+k_V}(\beta)(\alpha-r)e^{\beta}}$$

$$\frac{+h_R(\gamma) (\beta-\alpha) e^{\beta+\alpha}}{+h_V(\gamma) (\beta-\alpha) e^{\gamma}} \quad (1-28)$$

さらに  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  は基礎式より導かれる特性方程式の根であり,

$$h_R(\alpha) = \alpha^2 - (P_{EV} + N_{OR})\alpha + P_{EV}(N_{OR} + N_{OV})$$

$$h_V(\alpha) = \alpha^2 + (P_{ER} + N_{OV})\alpha - P_{ER}(N_{OR} - N_{OV})$$

一方集中系基礎式 (1-18), (1-19) を同様に定常状態に  
対し解くと定常効率が

$$\frac{C_{II} - C_I}{C_I^* - C_I} = \lambda \frac{1 - M_P}{1 - \lambda M_P} \quad (1-29)$$

$$\frac{P_{II} - P_I}{P_I^* - P_I} = \frac{1 - M_P}{1 - \lambda M_P} \quad (1-30)$$

として求められる。

$$\text{ここに } M_P = \left( \frac{\lambda + N/N_{OV}}{1 + N/N_{OV}} \right)^N$$

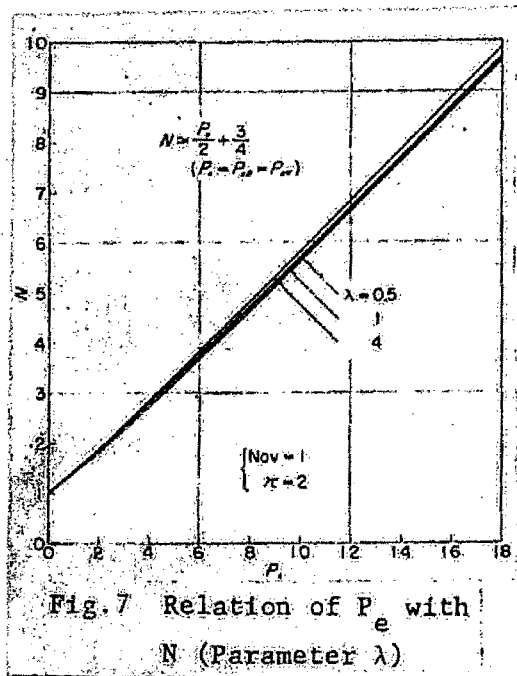


Fig. 7 Relation of  $P_e$  with  $N$  (Parameter  $\lambda$ )

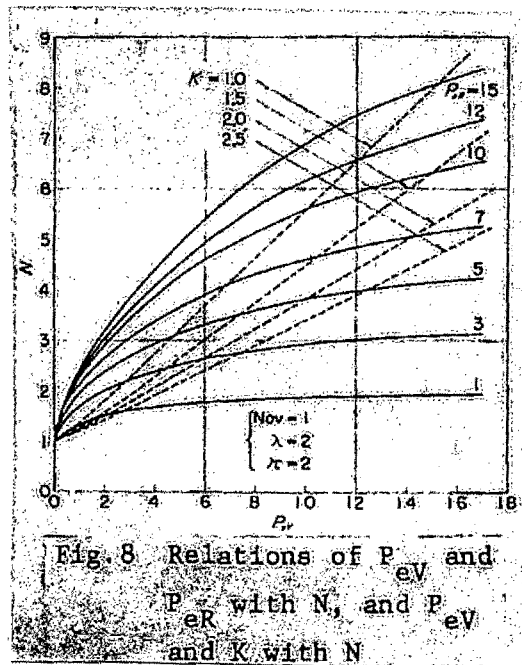


Fig. 8 Relations of  $P_{eV}$  and  $P_{eR}$  with  $N$ , and  $P_{eV}$  and  $K$  with  $N$



そこで両モデルによる定常効率表示が等しくなる為には  $M_D = M_P$  であればよい。これから簡単な  $N$  とペクレ数との関係式に変形することは困難なのでコンピューターによる数値計算によってその関係をしらべてみる。 $N_{OV} = 1$  ,  $r = 2$  という条件の下にその関係を表示したものが Fig - 7 である。 $\lambda$  の変化によってこの関係は幾分変るもののほぼ近似的に次式で表わせよう。

$$N = \frac{P_e}{2} + \frac{3}{4} \quad (1-31)$$

ここに  $P_e$  は  $P_{eR} = P_{ev}$  とした場合の代表ペクレ数であるがもし  $P_{eR} / P_{ev} = K$  として  $K \neq 1$  の場合について数値計算してみると Fig - 8 の様になる。これはほぼ次式によって近似されるとみられる。

$$N = \frac{P_e}{2K} + \frac{3}{4} \quad (1-32)$$

以上で、いくつかの性質に基づいて両モデルの混合度パラメーター  $N$  とペクレ数の間の関係を得た。いずれも少しずつ異なっているがそれほど大きな差異はなくすべて

$$N = P_e/2 + \Delta \quad (1-33)$$

の形で  $\Delta$  が 0 ～ 1 程度の値をとるとみてよいと推定される。これら

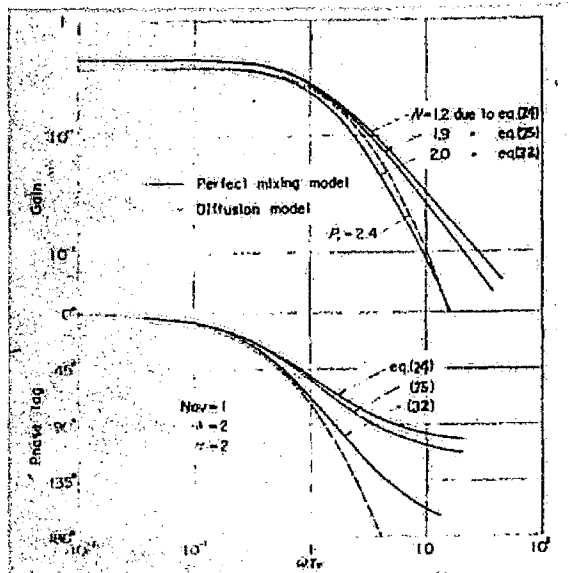


Fig. 9. Comparison of the results due to Eqs. (1-24) (1-25), (1-32) at  $Pe=2.4$

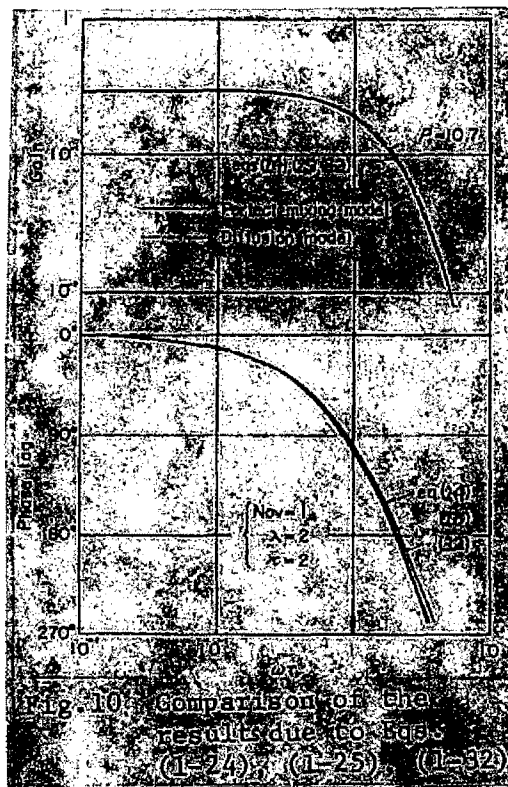


Fig. 10. Comparison of the results due to Eqs. (1-24), (1-25), (1-32)

4つの対応関係のうちどれが最も正しいかを結論することはむづかしい。

しかし原則としてはそのモデルをどのような目的に用いるかによってその目的の特性を最もよく一致させるように選んだ対応関係が望ましいといえよう。

#### 周波数応答に基づく対応

以上の三つの対応関係を用いて両モデルの動特性（周波数応答特性）を比較検討してみる。ところで分布系モデルについて伝達関数を解析的に得るには、複素係数をもつ四次方程式の根として特性根を求め、次に境界条件に対して、定数を決定するという四元連立方程式の解を求めることに帰着される。故に理論的には不可能ではないが、その様にして得られた解の形は非常に複雑で、何らの実用性もないので、ここでは直ちに基礎微分方程式から周波数応答特性を数値解析して求め、これを集中系モデルの差分方程式より求めた周波数特性と Bode 線図上で比較する。

Fig-9, Fig-10 にその例を示す。ここには第一流体の入口組成変動に対する出口組成変動の伝達関数の周波数特性のみを示した。Fig-9 では  $P_e = 2.4$  の場合の分布系モデルに基づく計算結果を破線で示し、一方 (1-24), (1-25), (1-32) 式の関係に基づいて対応する  $N$  の値をそれぞれ求めこれらの値を用いて集中系モデルから計算した周波数特性を実線で示す。

Fig. 10は $P_e = 10.7$  に対し同様の結果を示したものである。この結果をみると三つの対応関係のうち本解析で得た (1-32) 式が全周波数特性を一致させると結論してよさそうである。このことは特に $P_e$  の小さい範囲で顕著にみられ、 $P_e$  が大きくなるにつれて、三つの間に差はなくなってくる。

### 3-3 結果の要約

本節では流動モデルとして最も広く用いられ、以下の章で用いる拡散モデルと、槽列モデルについてその意味する物理的な内容や特性を検討した。その結果両者のモデルに含まれているペクレ数と、槽数の二つのパラメーターの間には、種々の異なった基準に基づく対応関係が考えられるがそれらは何れもほぼ大差のない同様な式型 (1-33) で与えられることがわかった。このことから両モデル式から導かれる何れか一つの基準 (例えば滞留時間分布の分散) を一致させるならば、他の諸特性 (定常効率、非定常応答) などもほぼ一致することが予測され、両モデルの互換性が十分期待できる。したがって以下では分布系及び集中系モデルの両者をその目的に応じて適当に使いわけが、その間には本質的な差異はなく恒に他の一方に置換が可能であることが本節の検討結果から主張し得よう。

## 第4章 沈殿池特性の定式化

## 第1節 概 説

沈殿池特性を定式化する試みは古く1900年代の初期に出された Hazen〔1〕の研究以来いくつかみられる。しかし近年に至ってはこれまでのところそれほど多くの研究者の注目を集めていない様に思われる。その理由は沈殿池内の現象が後述のように非常に複雑である上に、たとえ大きな努力を払ってそれを解明し、その成果を得てもこれによって効率を大巾に上昇させるような対象ではないからであろう。確かに単位操作としてみた沈殿池というものは容積が大きいということのほかには特別の機構もなく、工夫改良の余地の少ない装置といえよう。即ち独立した装置としてみた場合、設計変数、操作変数として自由に動かし得る変数が少ない。しかしこれを活性汚泥システムの中の一つのサブシステムとしてみた場合は、その設計操作変数が他の単位操作と密接に関連しており、システム全体を最適にするという目的の為には設計、操作に新たに工夫の余地が生じてくる。

ここに従来のような単に沈殿池内現象解析に止まらずシステム工学的立場から活性汚泥プロセス全体を最適化するという最終目的に役立つような沈殿池の定式化が要求され、本章の目的もここにある。

沈殿池は出来るだけ、その流れが乱れない様なものであることが望ましく、通常流速は1分間に数10 cm程度になるよう設計されている。従って流れは不安定となり、いわゆる偏流現象が生じることは避け難い。さらに乱れ混合も曝気槽とは、比較にならぬほど小さいとしても後述するような、再浮上現象、見かけ沈降速度低下等を惹起することから、沈降分離操作には無視しえない影響をもっていると考えら

Phenomena related to the settleability of particles	Hydraulic characteristics affect the settling process
<ul style="list-style-type: none"> <li>Hindered settling</li> <li>Flocculation</li> <li>Thickening</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Turbulent mixing</li> <li>Non-uniform flow</li> <li>Dead space</li> <li>Recirculating flow</li> <li>Short circuiting</li> <li>Scouring (Resuspension)</li> </ul>

Fig. 1 The phenomena which govern the settling process

れる。この様に沈殿池での浮遊粒子の除去過程は複雑な流動現象の作用をうけて簡単な数式モデルでは十分に表示出来ないことが想像される。

浮遊物質沈降に対する流体運動の影響だけでなく、浮遊物質自体の沈降特性も複雑な多くの現象を含んでいる。すなわちフロックを形成して次第に沈降速度が増加する「凝集沈降」の現象、また高濃度に浮遊物を含む場合に粒子同志の相互作用により沈降速度の減少する「干渉沈降」現象、さらには浮遊物質相互の距離が小さく、これ以上の沈降凝集が進みにくい「圧密」状態などであり、これらの諸現象が浮遊物質の濃度、性質などに応じて沈殿池内で起るため、一層その定量的取扱いは、困難なものとなる。これが沈殿池に関する従来成果の少いことの原因の一つとなっていると考えられる。

上記の諸現象を要記すると Table — 1 のようになる。

これらを完全に解明し、精確に数式表示出来なければ沈殿池を定量的に取扱うことが不可能というわけではない。いかなる種類の浮遊物質を、どのようなタイプの沈殿池で処理するかによって、その処理特性にどの因子が強く、影響するかが予想され、その影響の大きなものだけを考慮に入れて他の比較的影響の少ない因子は無視するということも可能ではあろう。従来提出されたいくつかの沈殿池除去率表示は、ほとんど上記の諸現象を無視した理想的な場合、ないしは、上記のいづれか一つを考慮に入れたにすぎない。これら従来研究結果について以下簡単に考察する。

この比較検討でそれら諸式の欠点や問題点を十分理解することによ

り，新たなモデル表示がどのようなものであれば望ましいかが自ら明らかになるう。

## 第2節 従来の諸式

沈殿池に関する最初の重要な研究が比較的古く，20世紀の初期に出されたにも拘らず，近年それほど注目すべき成果は多くない。その中の代表的な沈殿池効率表示式を水理公式集〔13〕より引用しこれに順次検討を加えていく。

### 〔イ〕 理想沈殿池

最も理想的に矩型沈殿池が働いた場合に達せられる除去効率 $\xi$ は

$$\xi = T / t_0 \quad (1-34)$$

ここに  $T$  = 理論滞留時間 ( $= V_s / Q$ )， $t_0$  = 沈降時間 ( $H / U_z$ )

$V_s$  = 沈殿池容積， $Q$  = 流入水量， $H$  = 水深

$U_z$  = 粒子沈降速度，

(1-34) 式は，次のような仮定の下に導かれるもので，これが或る沈殿池（理論滞留時間と沈降時間）が到達しうる最大の効率を表わし，すべての実際の沈殿池は，何らかの特別な工夫（傾斜板式〔14〕など）を加えぬ限りこの効率以上ではあり得ない。



## 仮 定

- i 偏流や乱れ混合は全くなく，完全な押出し流れであること。
- ii 全粒子は等しい沈降速度をもちしかも時間的に変化しないこと，すなわち等速度沈降すること。
- iii 再浮上は全くないこと。
- iv 流入液は入口断面で均一濃度で流入してくること。

以上の仮定の下に矩型沈殿池の除去効率式として（1—34）式が容易に得られる。しかし上の4つの仮定さえ満足するならば（1—34）式は矩型沈殿池だけでなくたとえば円形その他断面形状の変る任意の形のものについて成り立つことは容易に知れる。したがって（1—34）式は，理想沈殿池に対するものではあるが恒に沈殿池効率というものを考える場合の基礎であることは，間違いなく，これに対して実際の沈殿池でみられる各種の因子は，付加的な要素であり，この基礎式で与えられる結果に幾分の影響を付加するものである。この（1—34）式が現象に即さなくなるのは，水深が極めて浅くなった時である。すなわち，（1—34）式に従えば効率は $\tau_0$ の減少と共に幾らでも増大することになる。

ところで $\tau_0 = \frac{U}{z/H}$ であるから水深さえ浅くとれば除去効率はどこまでも大になることになってしまう。これは実際には考えられないことである。或る程度以下の水深では理想沈殿の仮定に合わない何らかの現象が生じてくるものとみなしなければならない。これは恐らく上記諸仮定の内の i 及び iii であろうことが推測される。したがってこれら

が定量的に把握されてはじめて最も望ましい沈殿池水深が決定出来るであろう。

〔ロ〕 Hazen モデル (1)

$$\xi = 1 - \frac{1}{1 + T/t_0} \quad (1-35)$$

この式が Hazen によって誘導された過程は古く、1904年に発表された彼の論文〔10〕にみられるがこれを別の見方から簡単に導くことも出来る。(1-35)式の形をみると、直ちに前章、第1節の検討で取り上げた槽列モデルを起想する。すなわち(1-12)式において $V\phi(M) = -U_Z A \bar{M}$  および  $\frac{d\bar{M}}{dt} = 0$  とおくと(ここに $U_Z$  : 沈降速度,  $A$  : 底面積)

$$0 = Q_M (M_I - \bar{M}) - U_Z A \bar{M} \quad (1-12)'$$

$$\text{すなわち } \frac{\bar{M}}{M_I} = \frac{1}{1 + \frac{U_Z A}{Q_M}} \equiv \frac{1}{1 + \frac{U_Z U}{Q_M H}} \equiv \frac{1}{1 + T/t_0} \quad (1-35)'$$

となる。したがって Hazen のモデルによれば効率は極めて低い値を与える。

〔ハ〕 Hazen のモデル (2)

Hazen は上述のモデルを提唱したと同じ論文に於て次のモデルをまた提示している。

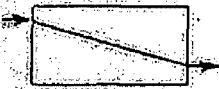

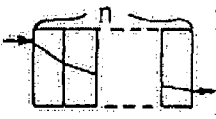
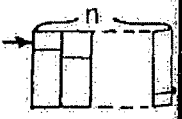
Name	(1) Ideal basin	(2) Hazen - I	(3) Hazen - II	(4) Fair
Removal efficiency	$\frac{I}{t_0}$	$1 - \frac{1}{1 + \frac{I}{t_0}}$	$1 - (1 - \frac{1}{n} \frac{I}{t_0})^n$	$1 - (\frac{1}{1 + \frac{1}{n} \frac{I}{t_0}})^n$
Schematic representations				

Table 2 Previous typical formulae of removal efficiency

$$\xi = \left(1 - \frac{1}{n} \frac{T}{t_0}\right)^n \quad (1-36)$$

ここに Hazen は  $n$  を静隠係数を称し、この値によって池の乱れの強さを表わす指標としている。

この誘導も彼自身の論文にみられるが、要するに〔イ〕のモデルを  $n$  個直列に結合した形であって  $n$  が増加することは〔イ〕の理想沈殿から遠ざかることを意味する。

## 〔二〕 Fair のモデル

Fair〔14〕は次式により沈殿池効率を表示しようとした。

$$\xi = 1 - \left( \frac{1}{1 + \frac{1}{n} \frac{T}{t_0}} \right)^n \quad (1-37)$$

これは明らかに〔ロ〕のモデルの直列結合系で、 $n=1$  の場合が完全混合に対応する。 $n$  が増加するに従って混合が小さくなることを意味しており、前章での槽列モデルそのものに対応する。

(Table — 2 参照)

以上が従来から沈殿池に対して与えられた代表的効率表示で、これらは Table — 1 にまとめた各種の因子のうち、特に乱れ混合にのみ、注目したものである。そこでそれぞれのモデルが乱れ混合の影響をどの程度うまく表現しており、お互いにどのような関係にあ

Mixing condition	Mixing degree	Residual ratio	Previous models
[Case I] Plug flow	0 0	$1-T/t_0$	Ideal basin
		$1-\gamma\sqrt{Ks(1-\gamma)+1}$	Hazen (2)
[Case II] Semi-plug flow	0 $\infty$	$\exp(-K_0T)$	Fair
		$(\alpha-\beta)e^{Pe}/(\alpha^2e^\alpha-\beta^2e^\beta)$	
[Case III] Complete mixing	$\infty \infty$	$1/(1+K_0T)$	Hazen (1)

$K_0 = \frac{T}{t_0} (1 - \exp(-B_1/E))$  ,  $K_0 = \frac{1}{t_0} (1 - \epsilon)$  ,  $\alpha, \beta = \frac{Pe}{2} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4K_0}{Pe}} \right]$

Table 3. Region of mixing degree covered by conventional models

Infinity	(A) $1 - \frac{\psi(m)}{c}$	(B) $1 - \frac{Pe(\alpha - \beta)c^{Pe}}{\alpha^2c^\alpha - \beta^2c^\beta}$	(C) $1 - \frac{1}{1 + \psi(x)T}$
Finite value	(D) $1 - \frac{\gamma}{\sqrt{\psi(E_T)T(1-\gamma)+1}}$	(E) Numerical analysis gives results	(F)
Zero	(G) $\frac{1}{T}$	(H) $\frac{1}{T}$	(I) $\frac{1}{T}$
$E_s$ $E_x$	Zero	Finite value	Infinity

where  $\psi(E_T) = 1 - \exp(-B_1/E_T)$

$\alpha, \beta = \frac{Pe}{2} \left[ 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4K_0}{Pe}} \right]$

Table 4. Representation of removal efficiency at the various mixing conditions based on the diffusion model

るかを Table — 3 にまとめて示した。

Table — 3 にみられるとおり，Hazen と Fair のセルモデルにしてもその意味する混合領域はある混合領域に限られており，すべてにわたる混合状態を表示しうるほど一般的なものでない。特に両方向の混合度が共に有限である場合の一般的な表示はまだない。

Table — 3 からわかるとうり完全混合状態から完全押し出し状態までに亘る混合状態の変化は，

完全混合 → Fair 式 → Hazen (2) 式 → 理想沈殿によってすべておおわれるように見える。確かに Fair ， Hazen 両式に含まれる  $n$  の値をえらぶことにより任意の混合状態が数値上は表示出来るが，Fair の式では上下混合が恒に無限大で，流れ方向のみが無限大から 0 迄変り，次いで Hazen (2) 式では流れ方向混合が恒に零で，上下方向の混合度のみが無限大から零まで変化するというように何れのモデルにも大きな仮定があり，その物理的な意味は現実的でない。実際の流れ系に於ては，上下及び流れ方向混合が独立に変化するとは考えられず，両者は比例して，ほぼ等方性の乱れを生ずることが多いものとみなしてよからう。このような実際の流れ系内の混合状態を考えてみれば，上の二つのモデルは可成り現実から遊離していると言わざるを得ない。

実際には Table — 4 中の右上り対角線（流れ方向混合＝上下方向混合）上の混合状態が最も現実的と考えられるので，その意味からすると従来のモデル（少くとも上記四つのモデル）は実際の混合現象に忠実とは言い難い。

〔ホ〕 Dobbins, Goda らの式

混合を考慮に入れた最も一般的な表示は，粒子沈降の場合も (1-7) 式であろう。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div} (E \text{ grad} C) - \text{div} (\psi C) \quad (1-38)$$

ここに  $C$  は浮遊物質の濃度， $\psi$  は浮遊物質の速度 (Vector)。

なお浮遊粒子については (1-7) 式にみられる Source term は  $\phi = 0$  とおける。

(1-38) 式を適当な初期及び境界条件の下で解けば一般的な解が得られるであろう。Dobbins [16]，Goda [17] らは，上式をいくらか単純化して解析的に解を得た。しかしこれは相当に複雑な形となる。

以上は Table - 1 に与えた "沈降効率を支配する諸因子" 中乱れ混合のみを考慮したモデルであり，それ以外の諸因子は，一応除外されている。

〔ヘ〕 偏流を考慮したモデル

偏流現象を考慮したものは，それほど多くはなく，僅かに中川 [10]，吉岡 [18] の研究がみられる程度である。中川によると，縦断的偏流

i 順流のみの場合：効率に変化なし

ii 還流を伴う場合：効率は還流水量に反比例して低下する。

平面的偏流

i 順流のみの場合：沈降速度に応じて流速差に比例し低下する。

ii 還流を伴う場合：沈降速度に応じて還流量に比例し低下する。

という結論をいくつかの仮定の下に導いている。

一方吉岡によると循環流中での沈降除去率は同じく還流量に応じて低下すると計算されている。しかし何れもいくつかの仮定の下に導かれたもので、しかも、結果自体がまったくこの仮定によっているところに問題がある。

これについては第4節での検討を参考にして第6節で最終的に結論づけよう。

〔ト〕 粒度分布を考慮した式

一方浮遊粒子の粒径分布を考慮した場合の除去効率を Camp

〔19〕は次式によって与えている。

$$\xi = (1 - U_0) - \int_0^{U_0} f(U) \left( \frac{U}{U_c} \right) dU \quad (1-39)$$

勿論この式の誘導は理想沈殿池の仮定によっており、流動特性の影響は考慮されていない。

〔チ〕 浮遊物沈降特性に関する考慮

浮遊物は、必ずしも定速度で落ちるものではなく、凝集や干渉現象により時間と共にその沈降性変るが、沈殿池表示式でこれを考慮したものは少なく個々の現象として静水中で取扱われている。



るのみである〔20, 21〕

以上がこれまでに提示された沈殿池表示式の代表的なもののほとんどと考えられる。これからもわかる通り、沈殿池効率を支配する多くの因子をすべて考慮して、しかも簡単な表示というものはまだみられない。

夫々のモデルが多くの因子のうちのどれかに注目したものであって他の因子には考慮は払われていない。これは各々の研究者が、その因子が第一義的なものであると考えた為であろう。しかし、それに対する定量的な根拠はない。そこで沈殿池効率に影響を与えると考えられる重要な因子を網羅しこれを総合的に検討することによって、最も合理的な数式表示がどのようなものであるべきかが明らかになるであろう。

その第一段階として次に乱れ混合の除去効率に及ぼす影響を検討する。

### 第3節 乱れ混合場での沈降除去過程表示

#### 3-1 均一混合場での沈降について

一般的な(1-38)式から出発して解くことは困難なので、逆に最も簡単な理想沈殿池表示を順次修正することによって一般化することを試みてみる。理想沈殿池の効率は  $\frac{C_I - C_{II}}{C_I} = T/t_0$  で表示される。

即ち  $C_{II} = C_I - C_I \left( \frac{T}{t_c} \right)$  これを  $dt$  なる微小時間に対して微分形式で表示すると

$$\frac{dC}{dt} = - \left( \frac{1}{t_o} \right) C_I = - \left( \frac{U_z}{H} \right) C_I \quad (1-40)$$

となる。この式は沈殿池での除去速度が  $U_z$  に比例し、 $H$  に反比例し、且つ  $C_I$  に比例することを意味する。これは理想沈殿の仮定の下に全く正しい。それでは理想沈殿池の仮定 ①粒子は乱れによって水中で混合されることがなく ②再浮上も全くない。という2つが除かれた場合、(即ちこれが最も一般的な状態であることは後に明らかにする) に (1-40) 式がどの様に修正されればよいかを考える。

まず①の条件：乱れ混合によって粒子が特に上下方向に混合された場合底面近傍の粒子濃度は、も早入口濃度  $C_I$  ではなくなり、必ずそれ以下となる。したがって (1-40) の  $C_I$  は改めて底面近傍濃度  $C_B$  で置換えられねばならない。そして  $C_B$  は流体乱れの度合と密接に関係する。これを厳密に論じることは避けて、定性的にその間の関係をみてみよう。上下方向乱れ  $E_z$  が全くなければ、浮遊物の上下分布は上に清澄層、下部には入口濃度と同じ濃度の濁層があり、この場合、 $C_B$  はいつも  $C_I$  (入口濃度) に等しい。一方乱れが増すにつれて、粒子は上下に均一化され  $E_z$  が無限大では濃度は断面内で均一となり、 $C_B = \bar{C}$  (断面内平均濃度)

になってしまう。この関係は

$$C_B = C_I (\bar{C}/C_I)^r (E_Z) \quad (1-41)$$

の形の巾乗式で表わすと  $r$  と  $E_Z$  の関係は  $E_Z$  が 0 のとき  $r=0$  ,  $E_Z$  が増加するにつれて次第に  $r$  は 1 に近づく様なものと考えられる。

次に③の条件：一度低面に達した粒子が流体乱れの影響によって再び浮上する状況を表示するのはこれ又非常にむづかしい。川床の洗堀問題として河川工学の方面で多くの成果が出されている

〔22, 23〕。しかし、これを沈殿池に適用するのは対象粒子の性質や流動の領域が異なる為にむづかしい。従ってここでは再浮上の影響を乱れ混合度の関数  $\psi(E_Z)$  として導入し (1-40) 式を次の形に修正する。

$$\phi_S = \left( \frac{dC}{dt} \right) = - \frac{U_Z}{H} \psi(E_Z) C_B \quad (1-42)$$

ここに  $\psi(E_Z)$  は再浮上によってみかけ上除去速度が静水中のそれに比べてどの程度の割合で低下するものかを表わす関係で、 $E_Z$  の増加と共に 1 から 0 近くまで減少する。そこで  $E_Z$  と  $r$  及び  $\psi$  の関係は定性的に

$E_Z$	0 → infinity
$r$	0 → 1
$\psi$	1 → 1 - $\epsilon$

ここに  $\epsilon$  は 1 に近いある値。

上の関係を満足する  $r$ ,  $\psi$  と  $E_Z$  の関係を現象に基づいて導くのはむづかしいので定性的に次のような形に近似する。

$$\psi(E_Z) = 1 - \epsilon e^{-a_1 \sqrt{E_Z}} \quad (1-43)$$

$$r(E_Z) = 1 - e^{-a_2 E_Z} \quad (1-44)$$

以上式 (1-42) が効率を算定する場合の因子の内,  $t_0$  (沈降時間) と再浮上の影響とを与えるものであり, あとはこれに滞流時間  $T$  を得ればこれが (1-42) 式の積分範囲を与えることになり, 効率が計算されよう。しかしこの  $T$  に設計滞流時間をそのまま使うことは出来ず, 色々の影響を加味した実質滞留時間を用いなければならない。

最終的には設計条件として「浮遊粒子特性」「槽設計条件」「外的因子」の三つの作り出す, 流速分布および乱れ状態  $E$  を知らねば

ならない。さらにこれら流動状態が除去速度（1—42）及び実質滞留時間とどのような関係にあるかを知らなければ与えられた設計条件から除去効率を得ることは出来ない。その意味で従来の式は目安としての概算値を与えるにすぎないことが理解されよう。

上記の関係を完全に導くことはまだ当分むづかしく、今後の成果に俟たねばならないところが多いが、ここではその最も重要と思われる部分を、以下実験的、理論的に検討していこう。その順序としてはまず、仕意強さの乱れが生じている流れでの沈降及び再浮上とそこでの除去効率とを関係づける。次に槽条件、外的因子とそれによって惹起される異常な流速分布（偏流）との関係を求め、その偏流と除去効率の関係を導く。

ところで乱れを惹起す原因は流速そのものにあるので流速と乱れ強さの関係を求める必要がある、以上の結果が得られるとあとは設計条件としての槽条件（形、大きさ）と、外的因子の大きさを知れば流速分布が推定され、これからさらに乱れが予測されることになり最終的に効率が計算される。ただし残る問題は、対象粒子の沈降特性である。これが単一粒子の沈降として取扱える場合は、比較的簡単であるが、粒子相互が影響を及ぼしあうほどに濃度の高い場合、たとえば mixed liquor の分離などでは複雑な諸現象が生じる。これを如何に処理して簡単な形で定式化するかを最後に実験的に考慮する。

先ず流れは均一な乱れ混合のみがあり流速分布は押出流れ的である場とみなす。即ち  $U_x$  ,  $U_z$  ,  $E_x$  ,  $E_z$  は場所によって変ら

ぬ一定値で  $U_y = 0$  ,  $E_y = 0$  とすると基礎式 (1-38) は

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} = & E_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E_z \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - U_x \frac{\partial C}{\partial x} \\ & - U_z \frac{\partial C}{\partial z} \end{aligned} \quad (1-45)$$

となる。

これを直接解いて解を求めることは容易ではないし、得られた解は可成り複雑なものとなる。そこで既に上下方向混合  $E_z$  によって、静水中の沈降過程  $U_z$  がどの様に影響をうけるか。それをどのように表示すれば便利かを検討し式 (1-41) ~ (1-44) に与えたので、これを利用する。すなわちそれを上式 (1-45) と結合し次式のように一次元拡散モデルを提案する。

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} = E_x \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} - U_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} + \phi_s \quad (1-46)$$

ここに  $\bar{C}$  は断面内の平均濃度、 $\phi_s$  は (1-42) 式である。

境界条件として  $x=0$  にて  $E \frac{d \bar{C}}{d x} = U_x (C_1 - \bar{C})$  ,  $x=l_s$

にて  $\frac{d\bar{C}}{dx} = 0$  . (1-46) 式は,  $\phi_s$  の項に  $\bar{C}^r$  ( $r=0\sim 1$ )

が含まれているので  $r$  が 0 か 1 でない限り非線型方程式となり, そのまゝでは解けない。

そこで混合状態  $E_x$  ,  $E_z$  が極限值をとった場合の解を求めて, Table - 4 にまとめて示す。

Table - 4 の結果を導くための計算過程を以下に示す。

基礎式 (1-46) を定常状態に対して無次元化する。

$$\frac{1}{P_e} \frac{d^2 C}{d\eta^2} - \frac{dC}{d\eta} - \psi \tau C^r = 0 \quad (1-47)$$

境界条件  $\eta = 0$  にて  $\frac{1}{P_c} \frac{dC}{d\eta} = 1 - C$  ,

$$\eta = 1 \quad \text{にて} \quad \frac{dC}{d\eta} = 0 \quad (1-48)$$

こゝに  $C = \bar{C}/C_1$  ,  $\eta = x/\ell_s$  ,  $\tau = T/\tau_0$  ,  $P_e = U_x \ell_s / E_x$

なる無次元量, さらに  $\psi(E_z) = 1 - \epsilon e^{-a_1/E_z}$  ,

$$r = 1 - e^{-a_2/E_z} \quad (1-49)$$

なお  $C_1$  : 入口浮遊物質濃度,  $\ell_s$  : 沈殿池長さ

$t_0$  : 沈降時間 ( $H/U_z$ ),  $T$  : 滞留時間

Table - 3 (B)

$E_z = \text{有限値}$ ,  $E_z = \text{無限大の場合であるから}$

$$\psi(\infty) = 1 - \varepsilon, \quad \tau(\infty) = 1$$

$$\text{したがって基礎式は } \frac{1}{P_e} \frac{d^2 C}{d\eta^2} - \frac{dC}{d\eta} - \tau(1-\varepsilon)C = 0 \quad (1-50)$$

これは境界条件 (1-48) の下に容易に解けて効率是一次式となる。

$$\xi_B = 1 - \frac{P_e (\alpha - \beta) e^{\tau}}{\alpha^2 e^{\alpha} - \beta^2 e^{\beta}} \quad (1-51)$$

$$\text{ここに } \alpha, \beta = \frac{P_e}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4(1-\varepsilon)\tau}{P_e}} \right)$$

Table - 3 (D)

$E_z = 0$ ,  $E_z = \text{有限値の場合であるから}$



$$\psi(E_z) = 1 - \varepsilon e^{-a_1 \sqrt{E_z}}, \quad r = 1 - e^{-a_2 \sqrt{E_z}}$$

$$\text{基礎式は } \frac{dC}{d\eta} + \tau (1 - \varepsilon e^{-a_1 \sqrt{E_z}}) C^r = 0 \quad (1-52)$$

$$\text{故に } \xi_D = 1 - \sqrt[1-r]{\tau (1 - \varepsilon e^{-a_1 \sqrt{E_z}}) (1-r) + 1} \quad (1-53)$$

Table — 3 (A)

$\xi_B$  又は  $\xi_0$  に対して混合度が極限值になった場合であり,

$$\xi_A = \lim_{E_z \rightarrow 0} \xi_B = \lim_{E_z \rightarrow \infty} \xi_D = 1 - e^{-(1-\varepsilon)\tau} \quad (1-54)$$

Table — 3 (C)

(B) に対して  $E_z$  が無限大になる場合であり

$$\xi_C = \lim_{E_z \rightarrow \infty} \xi_B = 1 - \frac{1}{1 + (1-\varepsilon)\tau} \quad (1-55)$$

Table — 3 (G)

(D) に対して  $E_Z$  が零の場合であるから

$$\xi_G = \lim_{E_Z \rightarrow 0} \xi_D = \tau \quad (1-56)$$

Table — 3 (H) , (I)

(G) と同じで

$$\xi_G = \xi_H = \xi_I = \tau \quad (1-57)$$

となることは基礎式からも導けるが，0次反応形に対してはその反応収率は流れ方向混合に無関係に恒に一定であるという事からも推定される。

Table — 3 (E)

両混合度が有限値をとる最も現実的な場合であるが，このとき基礎式は非線型となり解析的に解けないので，数値計算によらねばならない。それは二点境界値問題となり，この解を短時間で得るための種々の近似計算方法が開発されており，その内でも Quasi-linearization法〔24〕は有効であろう。

Table 3と4の比較から，新たに提示した拡散モデルは，従来のものが，個々にしか表現し得なかった混合領域をすべて抱合して，



しかも比較的簡単な形で表示しうることが認められ，さらに従来のものが，両混合度有限の場合の解を与えなかったのに対し，数値計算から容易に解が得られることも認められた。

### 3-3 拡散モデルの実験的裏付け

式(1-46)で与えた一次元拡散方程式が均一混合場での沈降除去過程の表示として妥当かどうかを調べ，もしその妥当性が認められるならば，推定によって与えた式(1-42)，(1-43)，(1-44)の係数を実測から決定する。そのためにはまず任意強度でしかもその強度が定量的に把握できるような均一混合の場を発生させ得ることが必要である。その方法にはこれまで F. Harlemann [25] などによって用いられた振動金網によりかくはんを与えるやり方が便利と考えられるので，ここでもその方法を採用した。Harlemann がエネルギー消費から得た金網振動数  $\omega$ ，振幅  $a$  と流体の混合度  $E$  との関係  $E = \text{const.} \cdot a^2 \omega$  は次元解析からも容易に認められる。そこで予備実験として，ここで用いた装置についてこの関係を確かめるとともに，その比例定数がトレーサーと粒子ではどの程度差異があるものか，すなわち流体の乱れに対する粒子の追従性はどの程度であるかを巨視的な立場で調べて，この結果をもとにく形沈殿池模型槽での「混合度と除去効率の関係」を実測した。

- (1) 均一混合の発生およびトレーサーと浮遊粒子の混合係数の関係

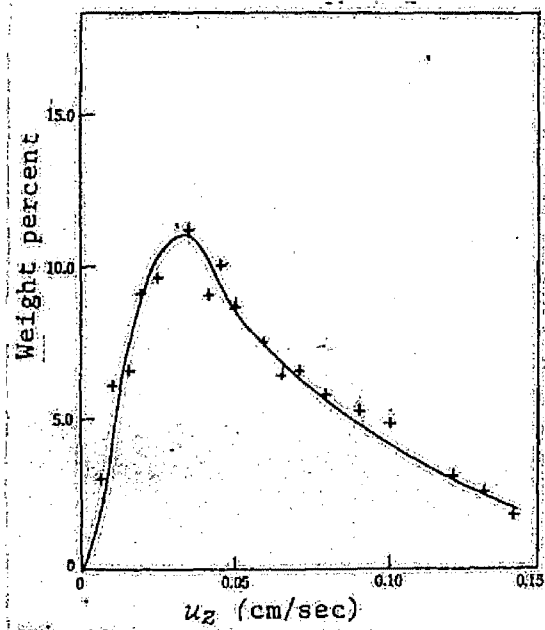


Fig.12 Distribution of settling velocity

### 実験装置および方法

装置は概略を Fig - 11 に示すような Simple harmonic motion をする振動金網を具えた縦型円筒で、トレーサーには食塩水（約  $10^{-2} N$ ）を用い白金電導度セルにより濃度を検出する。浮遊物質としては炭酸カルシウム（Fig - 12 にその沈降速度分率を示す）を使用し、その濃度測定は EDTA 滴定法によった。

トレーサー混合係数は流体を上方から下方へ一定流下させ、下方の一点（T）からトレーサーを注入して定常に達したときの濃度分布から決定した。一方炭酸カルシウム粒子については流体は流さず、粒子の平均沈降速度をもってトレーサーの場合の流下速度に相当するとみなし、同様の方法で混合係数を測定する。

濃度分布と混合度との関係は一次元拡散場の仮定より

$$E \frac{dC}{dz} - uC = 0 \quad (1-58)$$

ここに  $C$  はトレーサー又は粒子濃度、 $u$  は流体流下速度又は粒子沈降速度。

したがって混合度  $E$  は  $z=0$  における濃度を  $C_0$  として

$$E = u \frac{\ln (C_0/C)}{z} \quad (1-59)$$

で算定される。すなわち混合度は半対数紙上で、濃度分布をプロットした場合の直線勾配から求められる。Fig - 13 にトレーサー

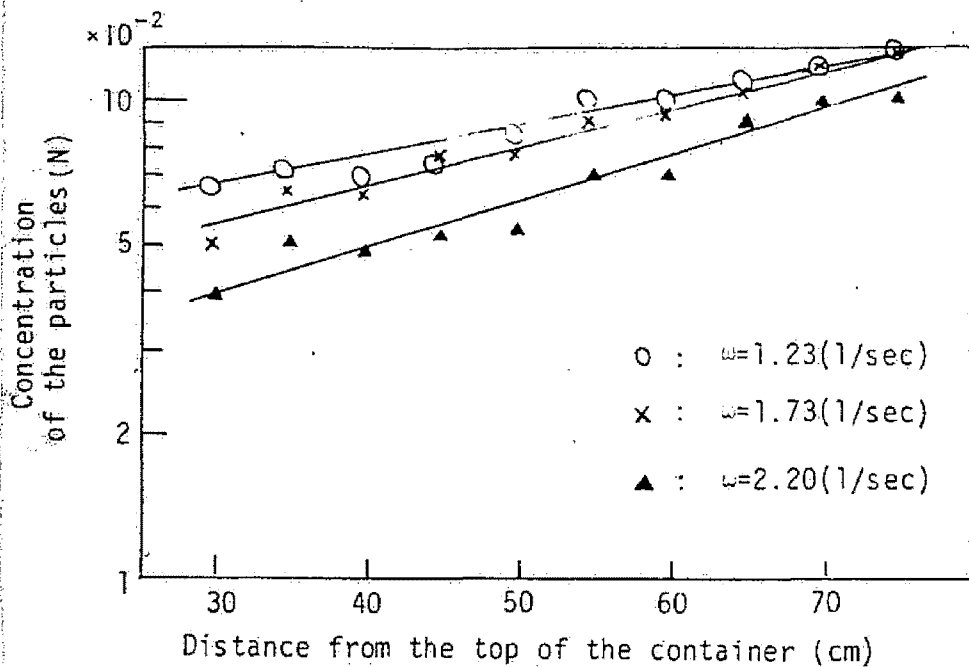
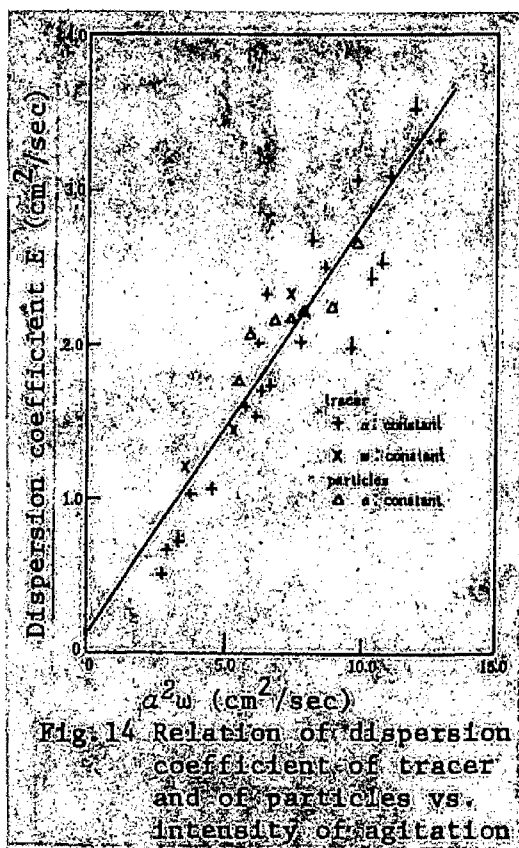


Fig.13 Examples of concentration profile



と粒子の場合の濃度分布実測データーの一例を示すが、濃度分布はよく直線にのっていることが認められ、一次元混合過程が円筒内で起っていることが確認された。

#### 実験データーおよび結果

攪拌強さ  $a^2w$  ( $\text{cm}^2/\text{sec}$ ) に対する混合係数  $E$  ( $\text{cm}^2/\text{sec}$ ) の測定値を Fig. 14 に示す。トレーサーについてのデーターは金網攪拌強度と混合係数がほぼ直線的であることを示しているので、トレーサーの混合係数はすでに知られているとおり、 $a^2w$  に比例することが確かめられた。したがって  $a$  と  $w$  を適当に選べば望みの強さの均一混合場を作り出せることが知れる。つぎに粒子について測定した混合係数とトレーサーのそれとの間にはデーターからもみられるように有意の差は認められない。このことはここで用いた炭酸カルシウム粒子の流体乱れに対する追隨性が良好なことを意味し、以後その混合係数はトレーサーの係数と同じとして取り扱う。一般には粒子の密度や形状、大きさなどにしたがって、その挙動は流体と一致しないので、乱れに対する追隨性も差異が生じてくるであろう。これについては後で簡単に触れる。この実験で得られた知見を要約すると、

- (i) 振動金網の方法で均一乱れ場が発生しうること。
- (ii) その乱れ強さは  $a^2w$  ( $\text{cm}^2 \times \text{周波数}$ ) で与えられること。
- (iii) 微細な炭酸カルシウム粒子の混合係数は食塩水トレーサーのそれとほぼ同じであること。

以上の結果は次式に集約されよう。

$$E \doteq E_p \sim a^2w \quad (1-60)$$



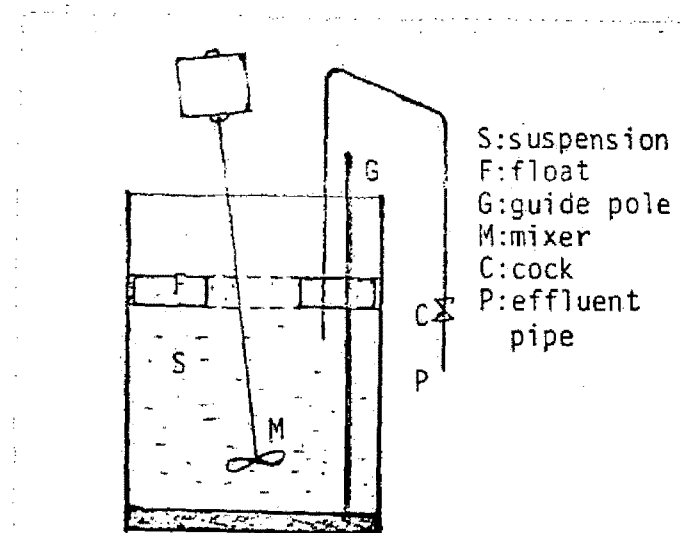
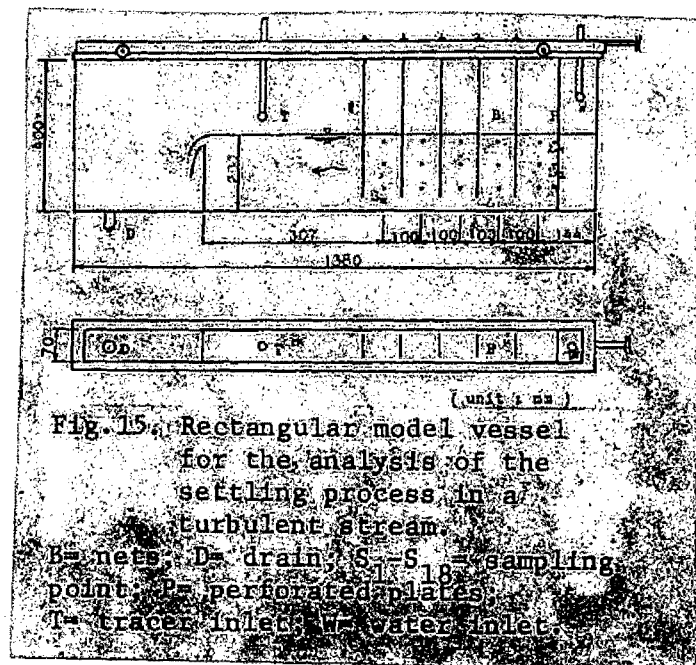


Fig.16 Device to feed suspension at a constant rate.

こゝに  $E$  = トレーサー混合係数,  $E_p$  = 粒子の混合係数

## (2) 混合度と除去効率の関係

### 実験装置および方法

予備実験 (1) でトレーサーと粒子の混合係数の関係を知ったので、く形の沈殿池における沈殿除去率と、その流れに生じている均一乱れの強さとの関係を実測するため Fig - 15 に示すく形模型槽を用いて沈降実験を行なった。この槽も (1) と同様 Simple harmonic motion をする金網をとりつけ均一乱れを発生させる。

槽への水の流入点 A に一定濃度の炭酸カルシウム粒子を注入し、これが流下していくにつれてどのように沈降除去されていくかを均一混合場の中で測定した。サンプル口は図のように  $S_1$  から  $S_{18}$  まで 18 点であり、上下方向および流れ方向の粒子濃度分布を知ることができる。用いた炭酸カルシウム粒子およびその濃度測定は (1) と同様である。

この実験での一つの困難は、いかに沈降性の粒子の懸濁液を定濃度に保ち、これを定流量滴下するかということにある。この目的のために次の様な方法を考案した。即ち攪拌槽中に一定量の粒子を水に投入し、これの懸濁状態を保つために攪拌機で十分に混和する。この槽底に流出口を作り、流出させると次第に液面が低下するので一定流量は保てない。そこで、この槽に発泡スチロール製の浮きを浮かせ、これにサイフォンを取りつける。すると液面の低下につれてサイフォン流出口も低下するので結局液面と流出口とのヘッド差は恒に一定に保たれることになる (Fig - 16)。これは極めて簡単

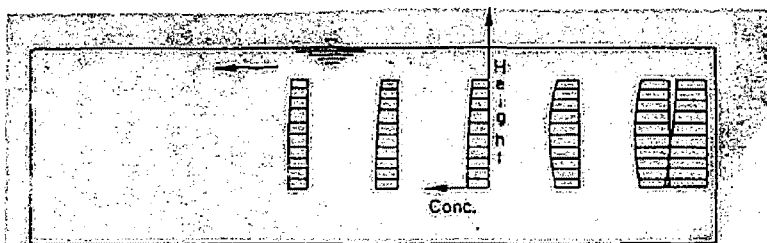


Fig.17 Illustration of particle distribution  
in the model vessel (at  $E_x = 1.76 \text{ cm}^2/\text{sec}$ ).

な工夫であるが，タンクに仕込んだ流体を一定量ずつ滴下させるのは便利であり，他にも適用の方面が多いと思われる。

#### 実験データおよび結果

上下方向の粒子濃度の分布について実測の一例を Fig-17 に示す。これからもわかるように流れ方向のどの位置でも上下ほぼ均一な分布をしており，このことから上下の濃度差を意味するパラメーター  $\gamma$  は 1 とみなす。これは混合係数で表わされる局所乱れが等方性であっても，ペクレ数で評価すると流れ方向にくらべて上下方向がはるかに小さく (i. e. 混合度が大きく) したがって，濃度均一化の働きも大きいことによっていて，先述の推論とも一致する。したがってたとえ両方向の混合度が同じオーダーであっても，これが流体内部物質を均一化する度合は，混合ペクレ数なる無次元数で比較しなければならない。すなわち  $z$  方向については  $E_z/U_z H$ ， $x$  方向については  $E_x/U_x \ell_s$  ( $H$ : 水深， $\ell_s$ : 槽長) で比較すると，通常  $U_z H < U_x \ell_s$ ，したがって  $E_z/U_z H > E_x/U_x \ell_s$  となり， $x$  方向に比べて， $z$  方向には分散均一化が著しいように見える。このため  $z$  方向の濃度分布を均一とみなしても流れ方向には，それは，当てはまらない。 $\gamma = 1$  とすると式 (1-47) の基礎方程式は線型となり，解析は容易である。

$$\frac{d^2 C}{d \eta^2} - P_e \frac{d C}{d \eta} - P_e \Gamma \psi(E_z) C = 0 \quad (1-61)$$

これを式 (1-48) の境界条件の下に解くと出口濃度  $C_{II}$  の入

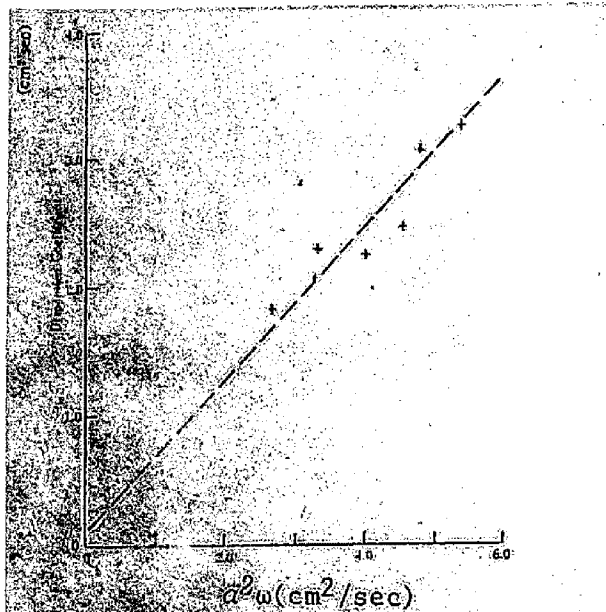


Fig. 18 Relation of  $a^2\omega$  vs. dispersion coefficient in the rectangular model vessel

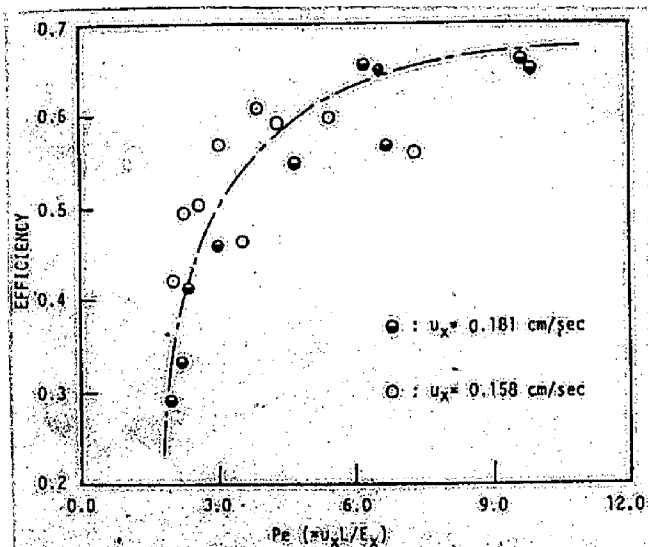


Fig. 19 Effect of fluid mixing on the removal efficiency.

口濃度  $C_I$  に対する比，残留率は

$$\frac{C_{II}}{C_I} = \frac{P_e (\alpha - \beta) e^{\alpha + \beta}}{\alpha^2 e^{\alpha} - \beta^2 e^{\beta}} \quad (1-62)$$

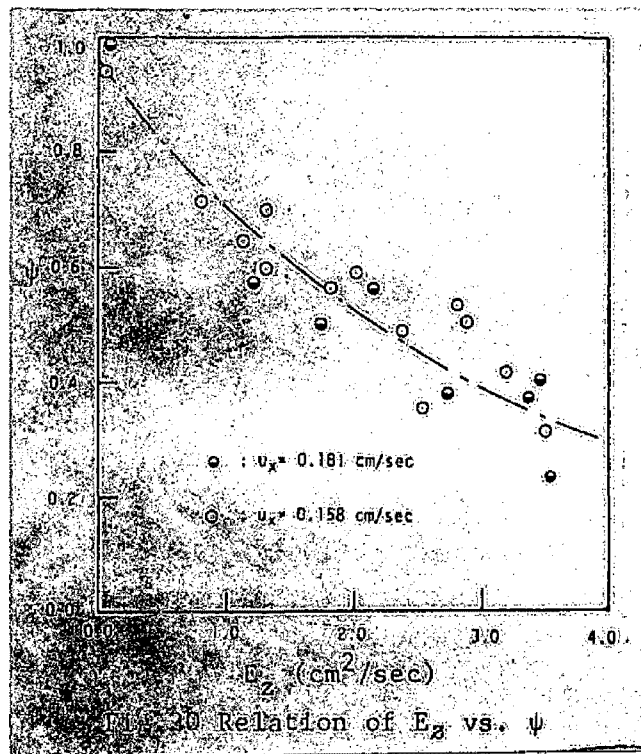
となる。

ここに

$$\alpha, \beta = \frac{P_e}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \psi(E_z)}{P_e}} \right) \quad (1-63)$$

つぎに，このく形槽についてかくはん強度  $a^2 w$  とトレーサー混合度との関係を測定した (Fig - 18)。この関係が直線的であることは (1) の実験で認められているので，ここでは若干のデータでその比例係数 (槽や金網などこの装置固有の特性によって定まる値) のみを測定し  $k = 0.59$  を得た。さらに (1) の予備実験でトレーサーと粒子の混合係数が等しいとみなしうることがわかっており，また等方性の仮定を用いると  $k a^2 w$  の値をもって粒子の両方向混合係数は  $E_x = E_z = 0.59 a^2 w$  と容易に決定される。

以上の準備の下に目的とする『混合度と除去効率の関係』を実測した。すなわち  $a$  と  $w$  を種々に変えていろいろの強さのかくはん条件の下で浮遊粒子の入口と出口濃度を測定し  $(1 - C_{II}/C_I)$  を求めた。この結果をプロットすると Fig - 19 のようになる。混合ペクレ数の増加 (混合度の低下) につれて効率が上昇していく傾向が



みられ予想するところと一致する。データーに相当のパラツキがみられるがこれはサンプリングと粒子濃度測定のエDTA 法に大いによ来するものと考えられる。さらに混合が弱くなるにつれて ( $P_e \rightarrow$  大) 流れの状態が不安定になり均一な混合場という条件からはづれて局所的に不均等な流れが生じるためと考えられる。この点については次章の検討に俟たねばならない。

次に関数  $\psi(E_z)$  の型とそのパラメーター値を求めるため、Fig - 19 のデーターを (1-49) 式に代入して試行計算で  $\psi$  を算出し、これを  $E (=E_x = E_z)$  に対してプロットすると Fig - 20 のようになる。これから  $E$  と  $\psi$  の関係は一つの曲線上によくのっていることが認められ、しかもその関係は式 (1-49) で仮定した指数関数で近似できる形であることがわかる。このことから式 (1-47) に与えたような一次元拡散方程式が均一混合場での粒子沈降に対する簡単かつ合理的な表示であることが認められよう。

Fig - 19 のデーターから式 (1-49) の係数  $\varepsilon$  と  $a_1$  を求めると、

$$a_1 = 1.20 \text{ (cm}^2/\text{sec)}, \quad \varepsilon = 0.81 \text{ (-)} \text{ となる。}$$

したがって式 (1-49) は

$$\psi = 1 - 0.81 e^{-1.20/E} \quad (1-49)'$$

となる。



### (3) 結 論

均一な乱れ混合の場とみられるようなく形沈殿池内の浮遊物質の沈降除去過程の基礎式は修正した一次元拡散流動方程式(1-61)で簡単に表示され、これから沈殿池残留率が式(1-62)のように導ける。このモデル式に基づいて実際の沈殿池の定常効率を計算する場合に対しては、静水中の浮遊物質の平均沈降速度と平均滞留時間から $\tau$ を計算し、一方よく知られたいろいろなトレーサー法により混合係数 $E$ を実測して式(1-49)から $\psi$ を決定すれば、その池の除去効率が式(1-62)からただちに計算できる。このように新たな拡散モデルは従来の諸式にくらべて実用的であり、しかも合理的なものであることが理論的にも実験的にも裏付けられた。

さらにまた一次元に単純化した線型微分方程式は動特性を知るための非定常モデルとしても式(1-61)の形でそのまま適用しうる。さらに最終目標である沈殿池の最適設計、操作の基礎式としても利用出来るであろうと考えられる。

最後に本研究の問題点をあげて若干の検討を加える。

① 混合の強さについては、本実験の範囲では混合ペクレ数が10以下であるが、実際の沈殿池では、これより相当に大きいものと想像される。ところがそのように乱れの小さい場合には、必然的に密度流など種々の異常流が生じはじめ、均一流速の流れとして取り扱うこと自体に問題がある。このような場合はむしろ異常流れとしての別個の解析が必要となろう。

② 流体乱れに対する粒子の追従性についてのくわしい検討は見られぬようであるが，直感的には粒子とトレーサーの混合係数の間には

$$E(\text{粒子}) = \alpha E(\text{トレーサー})$$

の関係であろうと推定される。ここに $\alpha$ は粒子の性質，乱れの特徴など多くの因子により定まる $0 \leq \alpha \leq 1$ の範囲の係数と考えられ，本実験では $\alpha = 1$ とおいた。もし上式の仮定が近似的にでも認められるなら，一般にどんな粒子についてもトレーサー法によって得た値から，ただ $E$ を $\alpha$ 倍するだけで，これまでの関係をそのまま用いてよいことになる。

#### 第4節 偏流場での沈降除去過程の表示

##### 4-1 偏流場での沈降について

偏流と総称されるものの中には密度流，吹送流などその起因する因子によった名称と，循環流とか短絡流とかの流れのパターンに対する名称が混用されているようである。しかし，それらを定量的に検討するためには，惹起す因子と，その因子によって生ずる流れパターン，およびそのパターンと除去効率の関係を順序立てて解析しなければならない。

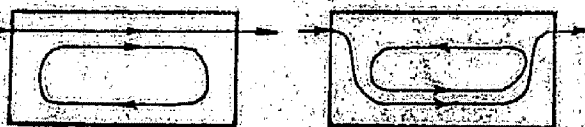


Fig. 21

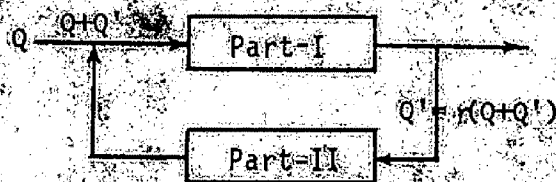


Fig. 22

Fig. 21 and 22. Schematic representation of "circulation flow" and the block diagram of the circulation model.  
 Transfer functions: Part I =  $G_1(s)$ ; Part II =  $G_2(s)$  where  $s$  is the parameter of the Laplace transformation.

### 「偏流起因々子」

- ① 外部からの又は外部への熱の移動 ② 高濃度液の流入
- ③ 表面風 ④ 流入，流出水のモーメント

以上の4つが主な外的因子で，これらが槽の形状と相俟って下記のような種々の局所的不均等流を生ずる。

### 「偏流のパターン」

- ① 循環流 ② 短絡流 ③ 死水域

これら3つの偏流の内，後に述べるように短絡流と死水域の取扱いは比較的容易であるが，問題となるのは，循環流である。この沈降除去に及ぼす影響を定式化するために，新たな数式表示を提案する。

## 4-2 循環流モデルの提案

矩型槽内の循環流を表わすために「循環流モデル」と名付ける新たな流動モデルを提案した。矩型槽内に通常みられる循環流は Fig-21 に示すパターンが代表的であると考えられる。これを Fig-22 に示す押出し流れエレメント二つを組合せて表現しようと試みる。Part-I，Part-II の押出流れ部をラプラス変換型伝達関数で表示すると

$$G_1(S) = e^{-ST_1} , \quad G_2(S) = e^{-ST_2}$$

となる。

ここに  $T_1$  ,  $T_2$  はそれぞれ Part - I , Part - II の滞留時間 ,  $S$  はラプラス変換パラメーターである。

いま循環流量比 , 容積比と名付ける二つのパラメーターを次のように定義して導入する ,

$$r = Q' / (Q + Q') , \quad k = V_1 / (V_1 + V_2)$$

ここで  $Q$  ,  $Q'$  は流入水量および還流水量 ,  $V_1$  ,  $V_2$  はそれぞれ Part - I , Part - II の容積である。

これら二つのパラメーター  $r$  と  $k$  が循環流の直感的 , 定量的イメージを与える。

(1) 循環流モデルの伝達関数…… Part - I , Part - II の各伝達関数より , 槽全体の伝達関数は容易に求まり次式のようになる。

$$G(S) = \frac{(1-r) G_1(S)}{1 - r G_1(S) G_2(S)} \quad (1-64)$$

このような伝達関数表示する利点は , 流通系のトレーサーインパルス応答 (滞留時間分布曲線) の  $n$  次モーメントが , 伝達関数から次式で容易に求まるところにある〔29〕。

$$\sigma_n = (-1)^n \lim_{S \rightarrow 0} \frac{d^n G(S)}{dS^n} \quad (1-65)$$

平均滞留時間は一次モーメントであり，(1-64) 式を (1-65) 式に代入して，

$$\bar{t} = \frac{T_1 + rT_2}{1-r} = \frac{V_1 + V_2}{Q} \quad (1-66)$$

と書ける。そこで  $r$  と  $k$  は次の関係によって与えられる。

$$r = \frac{\bar{t} - T_1}{\bar{t} + T_2} \quad (1-67)$$

$$k = \frac{T_1}{(1-r)\bar{t}} \quad (1-68)$$

トレーサ手法によって  $T_1$ ， $T_2$  が測定されると (1-67) 式により  $r$  が求まりこの  $r$  を用いて  $k$  が計算される。

伝達関数 (1-64) 式の逆変換は出口における滞留時間分曲線  $g(t)$  を与える。

$$g(t) = L^{-1} \{ G(S) \} = \frac{2}{r} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \int_0^1 f(\xi) \times \cos m\pi(t-\xi) d\xi \quad (1-69)$$

$$\text{ここで } \epsilon_0 = \frac{1}{2}, \quad \epsilon_1 = \epsilon_2 = \dots = 1,$$

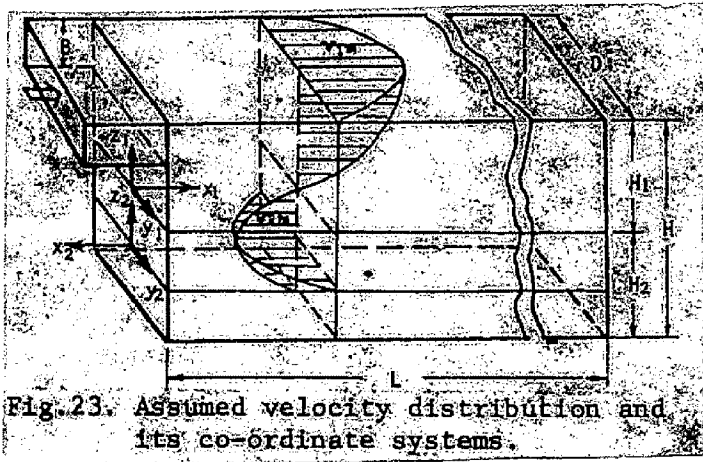


Fig.23. Assumed velocity distribution and its co-ordinate systems.

$$f(t) = L^{-1} \{ (1-r) e^{-st_1} \}, \quad (1-70)$$

演算子  $L^{-1}$  はラプラスの逆変換を示す。

## (2) 循環流流速分布の推定

こゝでは流入モーメントム又は表面風の摩擦により惹起される循環流の規模と様相を算定するために流体力学に基づく簡単な検討をおこなう。

沈殿池内の流れは相当遅く，レイノルズ数は小さいので層流の二次式分布を示すと仮定すると Part - I と Part - II の流速分布は Fig - 23 に示す如く次式で与えられる。

$$U_1(y_1, Z_1) = \frac{\mu U_{1m} - \tau_0 H_1}{\mu} \left\{ 1 - \left( \frac{y_1}{D/2} \right)^2 \right\} \\ \times \left( \frac{2\mu U_{1m} - \tau_0 H_1}{\mu U_{1m} - \tau_0 H_1} - \frac{Z_1}{H_1} \right) \frac{D}{H_1}, \quad (1-71)$$

$$U_1(y_2, Z_2) = U_{2m} \left\{ 1 - \left( \frac{y_2}{D/2} \right)^2 \right\} \\ \times \left\{ 1 - \left( \frac{Z_2}{H_2/2} \right)^2 \right\}, \quad (1-72)$$



ここに  $\tau_0$  = 水面での摩擦力,  $\mu$  = 水の粘性係数

$U_1, U_2$  = Part - I, Part - II の流速分布

記号と座標系は Fig - 23 に示す通りである。

式 (1-71), (1-72) は次の境界条件を満たすように決定した。

$$\mu \left( \frac{\partial U_1}{\partial Z_1} \right)_{Z_1 = H_1} = \tau_0$$

$$U_1(\psi_1, 0) = U_2(\psi_2, \pm H_2/2) = 0$$

(1-74)

そして  $H_1$  したがって  $H_2$  は次の条件によって決められる。

$$\mu \left( \frac{\partial U_1}{\partial Z_1} \right)_{Z_1 = 0} = -\mu \left( \frac{\partial U_2}{\partial Z_2} \right)_{Z_2 = H_2/2} \quad (1-75)$$

運動量収支は流入水と風の摩擦によって槽に供給されるものが壁と Part - I, II 間の境界での摩擦による消滅に等しいということから導く。

$$\text{流入モーメント} = (Q/DB)^2 \rho DB + \tau_0 DL \quad (1-76)$$

モーメント消費は

$$\begin{aligned}
 & \mu L \left[ \int_{-D/2}^{D/2} \left( \frac{\partial U_1}{\partial Z_1} \right)_{Z_1=0} dy_1 - \int_0^{H_1} \left( \frac{\partial U_1}{\partial y_1} \right)_{y_1=D/2} \right. \\
 & dZ_1 + \int_0^{H_1} \left( \frac{\partial U_1}{\partial y_1} \right)_{y_1=-D/2} dZ_1 - \int_{-D/2}^{D/2} \left( \frac{\partial U_2}{\partial Z_2} \right)_{Z_2=H_2/2} \\
 & dy_2 + \int_{-D/2}^{D/2} \left( \frac{\partial U_2}{\partial Z_2} \right)_{Z_2=-H_2/2} dy_2 - \int_{-H_2/2}^{H_2/2} \left( \frac{\partial U_2}{\partial y_2} \right)_{y_2=D/2} \\
 & \left. dZ_2 + \int_{-H_2/2}^{H_2/2} \left( \frac{\partial U_2}{\partial y_2} \right)_{y_2=-D/2} dZ_2 \right] \quad (1-77)
 \end{aligned}$$

式 (1-76) と (1-77) を等置して、体積比  $\beta$  (Part I の体積 / Part II の体積) は流入水量  $Q$  と表面摩擦係数  $\tau_0$  によって次式のように与えられる。

$$\begin{aligned}
 \beta^4 - 2\beta^3 + \frac{3}{8} \left\{ 3\delta^2 + \frac{8}{3} - (36\lambda\beta - Q\delta) \frac{Q}{\sigma\beta} \right\} \beta^2 \\
 + \frac{3}{8} \left\{ 2\delta^2 + (24\lambda\beta + 2Q\delta) \frac{Q}{\sigma\beta} \right\} \beta = 0
 \end{aligned} \quad (1-78)$$

こゝに  $\sigma = \tau_0 DL / \rho \nu^2$  ,  $g = Q / \nu H$  ,  $g' = Q' / \nu H$  ,  $\lambda = L / H$  ,

$\delta = D / H$  ,  $\beta = B / H$  なる無次元量 ,  $\nu$  は動粘性係数

(1-78) 式で得られた  $k$  を用いて無次元循環流量  $g'$  と循環流量パラメーター  $r$  は次のように与えられる。

$$g' = \frac{(1 - k)^2}{k^2 + 2k - 1} \left\{ g - \frac{\sigma}{\rho \lambda} (1 - k)^2 \right\} \quad (1-79)$$

$$r = \frac{(1 - k)^2}{2k^2} \quad (1-80)$$

上の無次元量は Fig. 21 で示されるような矩型槽の循環流を , そのデイメンジョンに拘らず一般的に規定する。これに対する実験的裏付けは後に述べる。

### (3) 循環流内での除去効率

上述の循環流モデルに基づけば , 浮遊粒子の除去効率が次の三つの仮定の下に次のように簡単に導かれる。

仮定 1 各ピストン流部 Part — I , Part — II 中での沈降過程は理想沈殿状態である。

仮定 2 粒子は一たび底面に達すると系内から除去され再浮上はしない。

仮定 3 槽の入口と出口では浮遊粒子が均一に混合する混合点

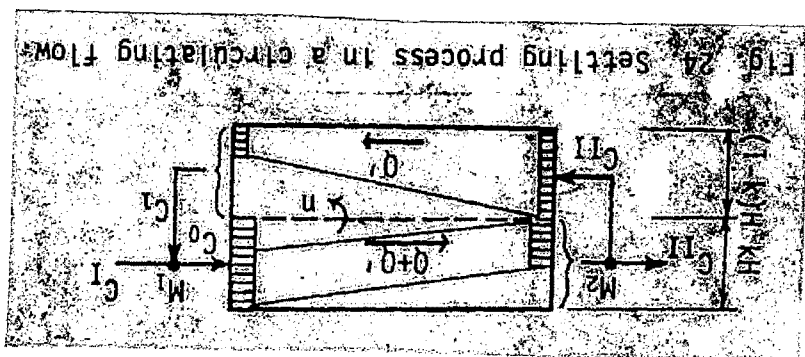


Fig. 24. Settling process in a circulating flow.

が存在する。

以上三つの仮定は Fig. 24 に図示される通りである。図中の記号は

$n$  = 両部の境界を通過して Part - I から Part - II へ落下する粒子数

$C(u_z)$  = 沈降速度が  $u_z$  なる粒子濃度 ( $g$  粒子 /  $g$  水)

添字 I, II, 1, 0, はそれぞれ流入, 流出, 還流, 及び流入と還流水の混合液中の粒子濃度を表わす。

$M_1, M_2$  = 混合点 (濁液が瞬時に一様に混合する)

点  $M_1$  における,  $u_z < ru_C$  なる沈降速度の物質収支は

$$C_0(u_z) = (1-r) C_I(u_z) + r C_{II}(u_z) \quad (1-81)$$

$$\text{ここに } u_C = \frac{H}{t(1-r)}$$

出口濃度は

$$C_{II}(u_z) = C_0(u_z) (1 - u_z / u_C). \quad (1-82)$$

濃度  $C_I(u_z)$  は次式で与えられる。

$$C_I(u_z) = C_{II}(u_z) (1 - u_z / u_C) + n. \quad (1-83)$$

$$\text{ここに } n = (Q + Q') C_0(u_z / u_C).$$

式 (1-81), (1-82), (1-83) より出口と入口濃度の関係は

$$C_{II}(u_Z) = \frac{1}{1 + u_Z/u_C (1-r)} C_I(u_Z) \quad (1-84)$$

一方沈降速度が  $ru_C < u_Z < u_C$  である粒子に対しては (1-83) 式の右辺第1項は零, 第2項は  $(Q + Q') r C_0$  となるので, 出口濃度は

$$C_{II}(u_Z) = (1 - u_Z/u_C) C_I(u_Z) \quad (1-85)$$

沈降速度が  $u_Z > u_C$  なる粒子については

$$C_{II} = 0. \quad (1-86)$$

以上から除去効率  $\xi$  は

$$\begin{aligned} \xi = 1 - & \frac{\int_0^{ru_C} \frac{1-r}{1-r+u_Z/u_C} C_I(u_Z) du_Z +}{\int_0^\infty C_I(u_Z) du_Z} \\ & - \frac{\int_{ru_C}^{u_C} (1-u_Z/u_C) C_I(u_Z) du_Z}{\int_0^\infty C_I(u_Z) du_Z} \quad (1-87) \end{aligned}$$

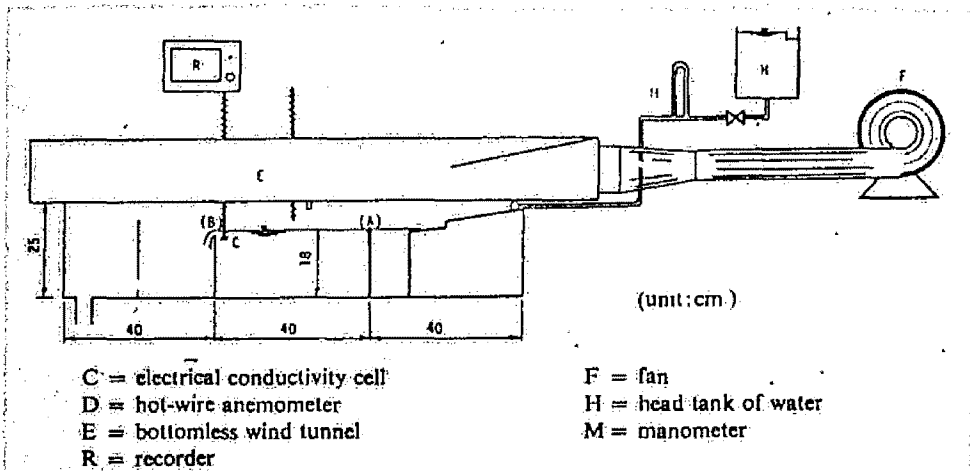


Fig. 25. Experimental apparatus for "circulating flow" analysis.

と与えられる。

こゝに  $u_z$  は粒子の沈降速度， $u_c$  は  $H/\tau (1-r)$  で定義される一種の限界沈降速度， $C_I(u_z)$  は流入液中に含まれる粒子の沈降速度分布。

#### 4-3 循環流モデルの実験的裏付け

(1-87) 式で与えられる循環流内での沈降除去効率がどの程度妥当性があるものか，またこれを導く基礎となった循環流モデルそのものが，うまく矩形槽内の循環流を表現し得ているかどうかを確かめるために模型槽を用いて流動および沈降実験をおこなった。

##### (1) 実験装置および方法

用いた実験槽および附帯装置は Fig. 25 に示す。槽は巾 10 cm 長さ 40 cm 水深 18 cm のアクリル製矩形槽で，上部に底なし風胴が取り付けられている。この風胴にファンから風が送られるが，これはファンの取付け位置を変えて，水流に対し，順風と逆風が吹かせられる。この風速の測定には熱線風速計を用い，測定位置は風胴内での風速分布の実測データより代表点として最も適当であると考えられる水面上 1 cm の槽中心線上に定めた。槽内流動を知るための測定にはトレーサー応答法を用いた。トレーサーには食塩水を用い，電気伝導法により検出して，これを自動連続記録した。

(1-64) 式の逆変換は (1-69) 式の級数形に対し，差分



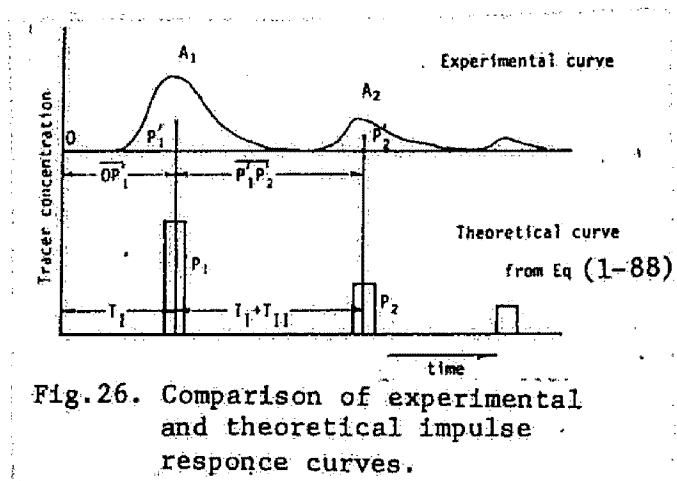


Fig.26. Comparison of experimental and theoretical impulse response curves.

形によっても次のように表わされる。

$$g(t) = r \cdot g(t - (T_1 + T_2)) + (1-r) \delta(t - T_1), \quad (1-88)$$

ここに  $g(t)$  は  $G(s)$  の逆変換型， $\delta(t)$  はデルタ関数。

Fig.26 は (1-88) 式即ちインパルス応答の理論曲線と，予想される実測応答曲線の対応を示す。理論応答曲線はインパルス状の応答が周期的に現われるが，実際のトレーサー応答は，トレーサー物質の拡散のためになだらかな山が周期的に得られるであろう。この山のそれぞれの重心が，理論応答のインパルス点に対応する。したがって Fig.26 から分るように，原点から第1番目の山の重心までの距離  $\overline{OP_1}$  は  $T_1$  に等しく，第1，第2の山の重心間の距離  $\overline{P_1'P_2'}$  が  $T_1 + T_2$  に等しい。したがって循環流モデルを同定するに必要なパラメーター値  $T_1$  と  $T_2$  は，

$$T_1 = \overline{OP_1'} \quad (1-89)$$

$$T_2 = \overline{P_1'P_2'} - \overline{OP_1'} \quad (1-90)$$

すなわち距離  $\overline{OP_1'}$  と  $\overline{P_1'P_2'}$  の実測から簡単に求まる。

## (2) 実験データと，その理論値との比較

インパルス応答の実測データの一例を Fig.27 に示す。

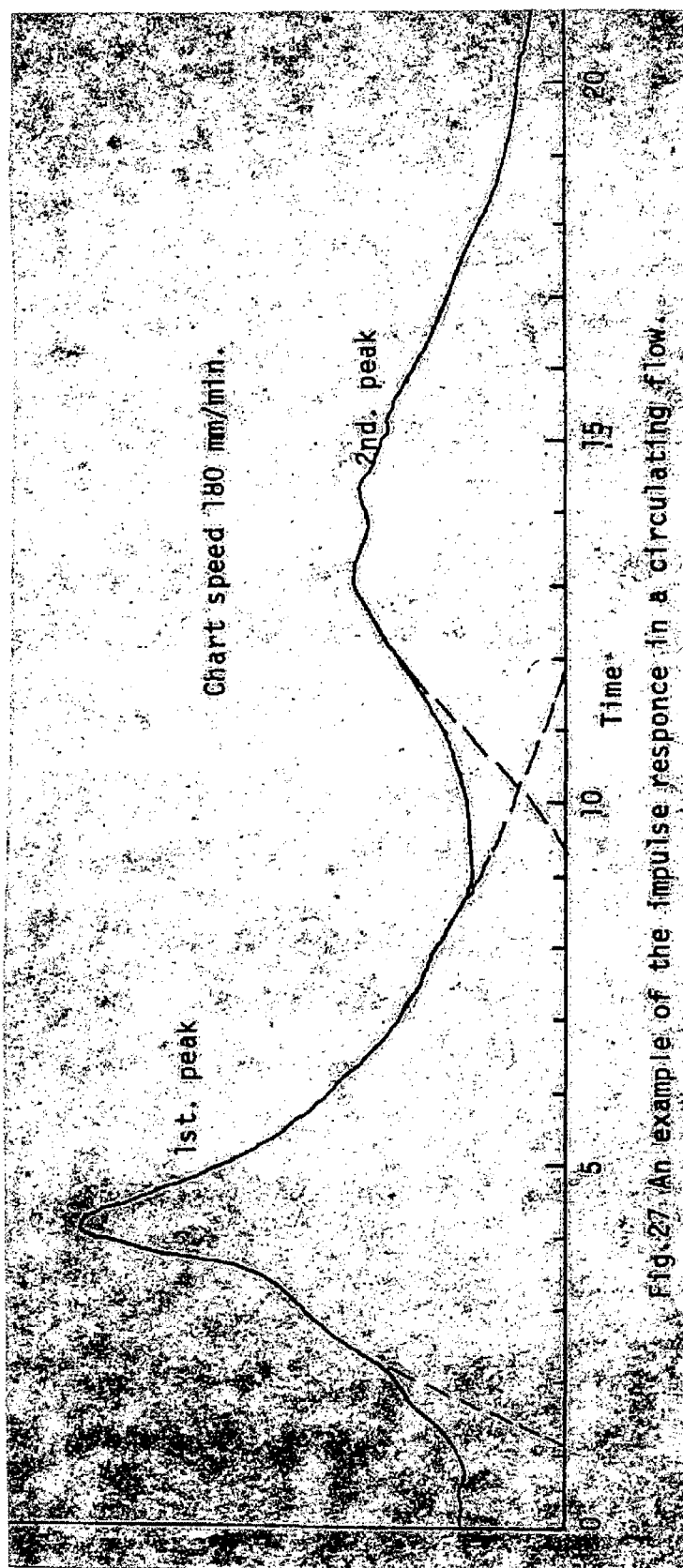


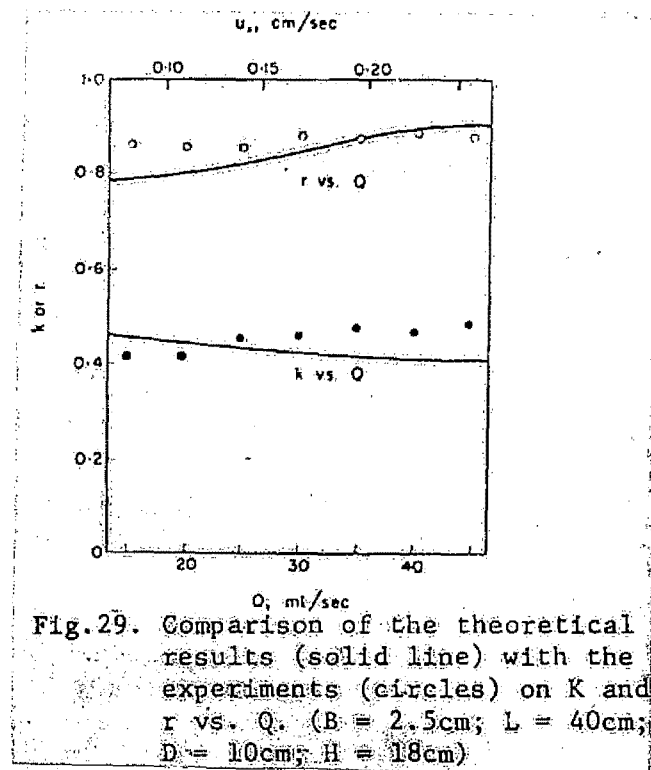
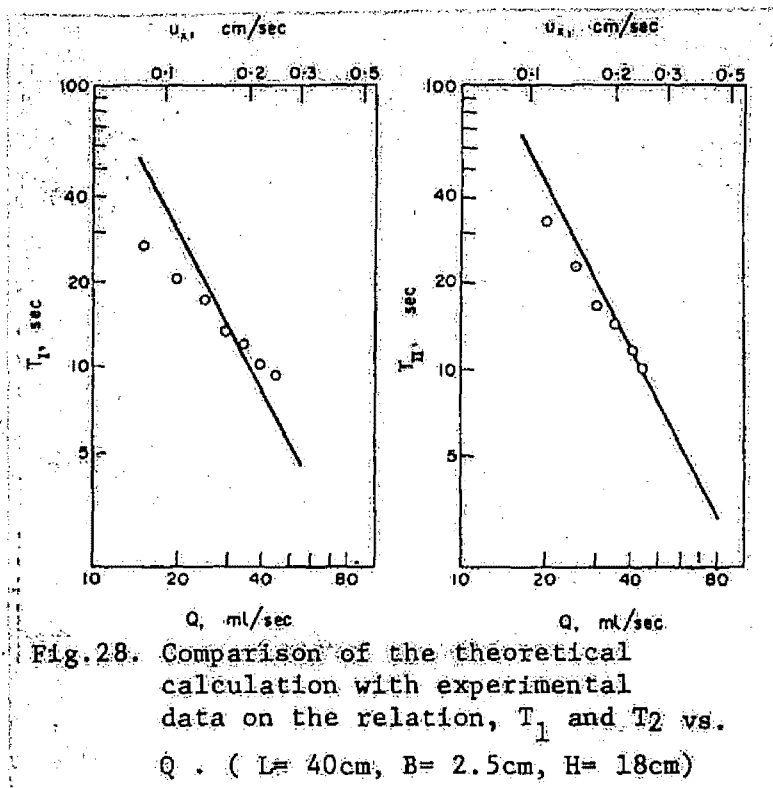
Fig. 27. An example of the impulse response in a circulating flow.

第3の山は明らかでないが、第1、第2の山は明瞭に現われており、この二つから必要な情報は十分得られる。

供給流量 $Q$ を変えた場合の $T_1$ と $T_2$ の変化の様子を実測したものと、式(1-78)に基づいて求めた理論曲線をFig. 28で比較する。図から明らかなように、その傾向はよく一致しているが値そのものは必ずしも一致しない。特に $T_1$ では両者の間に相当の差異がある。これは理論そのものが相当簡略化したものであること、実験技術の上からもトレーサー非定常応答法は誤差の伴ないやすいものであることなど理論、実験両面の精度を考えてみれば、現段階では一応満足すべき結果と言ってよからう。

Fig. 28のデーターに基づいて先に定義した循環流パラメーター $r$ と容積比 $k$ とを算出して $Q$ に対してプロットしたもの、および理論式による計算値をFig. 29に示す。両パラメーターは流入量の変化によっては、ほとんど変らないものであることが、理論式からも実験からもみられ、両者はその絶対値でよく一致していると云ってよからう。実測データーを要約してAppendix 1に掲げる。

以上は流入水量が循環流に及ぼす影響をみたものであるが、次に表面を吹く風が循環流にどのような作用をするか調べてみる。そのために今流入モーメントによって作り出された循環流が水表面を吹く風によって丁度破壊される条件を検出し、この条件が循環流形成に対する風と流入水の等価条件と考える。



この関係を示したものが Fig.30 で、流量と風速との関係はほぼ比例的であることが分る。しかし風速の影響は  $8 \sim 9 \text{ m/sec}$  程度から可成り急激な変化をすることがみられ、このあたりで表面風の水面への摩擦抵抗の伝わり方に何かの変化が起ることが予測される。Smith と Tait は風の影響の下に動く流体の機構を理論的・実験的に検討し、この風の影響の突然変化を説明している〔27〕。それによると境界における摩擦は二つの要素から成っている、即ち一つは水の滑らかな表面に対する運動量の拡散伝播によるもの、他の一つは水表面の乱れに対し、その波面への直角方向応力によるものである。そしてこの二つの作用の移り変わる風速がほぼ  $9 \text{ m/sec}$  近辺であることを見出している。彼等の説は、本実験で観察された結果とも一致する。そこで Fig.30 に示した実験結果を次のように  $W = 9.0 \text{ m/sec}$  で二つの部分に分けて数式近似する。

$$W = 0.567 Q \quad W \leq 9.0 \text{ m/sec} \quad (1-91)$$

$$W = 0.178 Q + 6.3 \quad W > 9.0 \text{ m/sec} \quad (1-92)$$

ところで Fig.30 の  $W$  と  $Q$  の等価条件は、風による摩擦力  $\tau_0 \text{DL}$  と水の流入による運動量  $\rho (Q/BD)^2 BD$  が均合っていることを意味するので、

$$\tau_0 \text{DL} = \rho (Q/BD)^2 BD \quad (1-93)$$

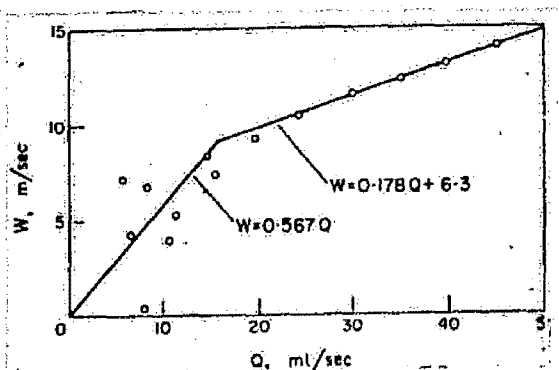


Fig. 30. Relationship between the values of  $Q$  and  $W$  which have equivalent effect on circulating current.

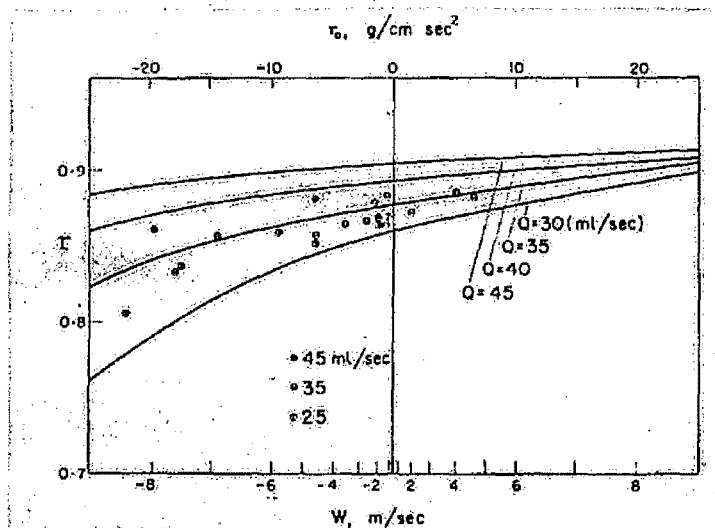


Fig. 31. Influence of wind friction on the circulating flow parameter.

を満たさねばならない。そこで実験槽デイメンジョン  $D=10\text{ cm}$  ,  
 $B=2.5\text{ cm}$  ,  $L=40\text{ cm}$  と  $\rho=1.0\text{ g/cm}^3$  を用いて (1-91) ,  
 (1-92) 式は (1-93) 式によって次式のように  $W$  と  $\tau_0$  の  
 関係となる。

$$W = 56.7 \sqrt{\tau_0} \quad W \leq 9.0 \quad (1-94)$$

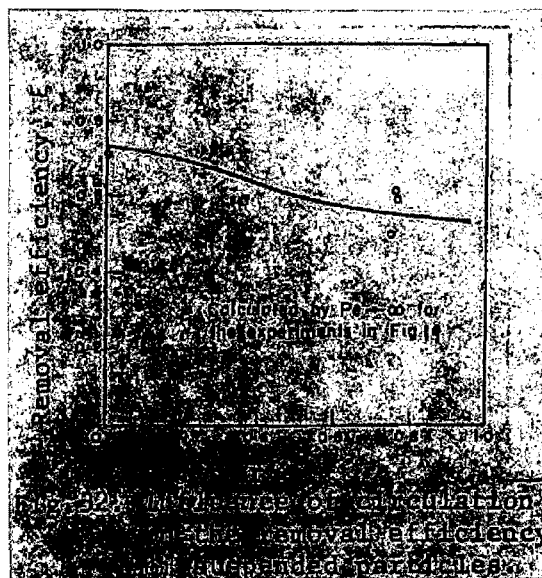
$$W = 17.8 \sqrt{\tau_0} + 6.3 \quad W > 9.0 \quad (1-95)$$

上記の  $W$  と  $Q$  及び  $W$  と  $\tau_0$  の関係に基づけば、実測された  $Q$  と循環  
 流パラメーター  $r$  又は  $W$  と  $r$  の関係は  $\tau_0$  と  $r$  の関係に換算される。  
 これをプロットしたものが Fig. 31 である。この図は流入水速  
 $45\text{ ml/sec}$  ,  $35\text{ ml/sec}$  ,  $25\text{ ml/sec}$  にした場合表面を吹く  
 風が逆風  $9\text{ m/sec}$  から順風  $5\text{ m/sec}$  まで変った時の循環流パラ  
 メーター  $r$  に及ぼす影響をしらべたものである。理論計算によると  
 流量の多いほど表面風による影響は受けにくく、順風の作用は循環  
 流を促進する方向に、逆風はこれを阻止する方向に働くという直感  
 的認識と一致することが示されている。しかし実測値はこの理論結  
 果を明らかに支持するほどの精度では得られていないが、大略の傾  
 向は一致していると云ってよからう。

### (3) 循環流内での沈降実験

(1-87) 式で得られた循環流内の沈降除去効率式を実験  
 的に裏付けるために Fig. 25 に示す矩型槽を用いて沈降実験





をおこなった。用いた資料粒子は前節の実験と同様炭酸カルシウムで、この懸濁液を先と同じ注入装置で入口点Aに注入し、流出点Bで抽出した。その濃度は同様EDTA法で滴定した。Fig. 32は循環パラメーターと除去効率の関係を示す。図中の実線は(1-87)式による計算値を示すが、実験データの数が少ないので果してこの効率低下が循環流強度によるものかどうか断言することは時期尚早であろう。

#### 4-4 要 約

本節で得られた結果は次のように要約される。

- (i) 矩型槽内循環流は「循環モデル」と名付けられた簡単な流動モデルで表示された。
- (ii) 循環流の度合いと特性を求める為に、簡単な仮定の下に導いた運動量収支式を適用した。その計算結果は流入水モーメントムと風の摩擦の影響を捉え比較的うまく表現しうるものであることが実験的に確かめられた。
- (iii) 循環流の発生が沈降除去効率に及ぼす影響を理論的に導き、これを実験で検討したが、比較的良好に両者は一致する傾向を示すがデータ数がまだ不十分なので結論する段階ではない。

#### 第5節 沈殿池での汚泥分離過程に対する考察

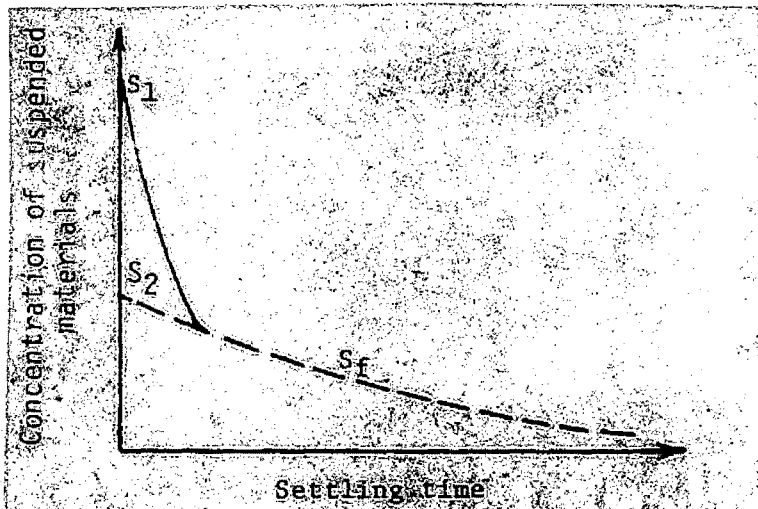


Fig. 38 Schematic figure of settling process of sludge in a final sedimentation vessel

沈殿池での固液分離操作は上水，下水何れの水処理操作でもその沈降除去過程は単純な単粒子沈降理論で算定できぬ複雑な現象を示す。特に活性汚泥プロセス最終沈殿池における汚泥の沈降には干渉，圧密など厄介な現象を伴うため，これに今までの沈殿池モデルをそのまま適用することは出来ない。

さらにこれに加えて流体の混合現象が状況を一層面倒なものにしているため，これらを数学的に表現するのは相当困難な問題である。

実際エアレーションタンクから沈殿池に流入する mixed liquor は 2,000 ～ 4,000 ppm 程度の高濃度の汚泥を含み，したがって放流水中浮遊汚泥の BOD を数十 ppm 以内に押えるためには除去効率が 99% 以上であることになる。しかし沈殿池内での汚泥の挙動をもう少し詳しくみると，Fig. 33 に模式的に示すように沈殿池に流入した高濃度 ( $S_1$ ) の汚泥の大部分は流入直後短時間にブランケットを形成して沈降し，その上に清澄層ができる。この清澄層中には浮遊汚泥が残留している。この残留浮遊汚泥の初期濃度は Fig. 33 の仮想的な  $S_2$  でこれが沈殿池での除去対象になるものであるとみなし，初期に沈下してしまう大部分の汚泥，( $S_1 - S_2$ ) に相当する部分，は沈殿池での対象外と考える。そうすることによって干渉，圧密などの複雑な現象は上澄水を問題にする限り除外して扱えることになり，初期濃度が仮想的な  $S_2$  である単粒子沈降として解析することができる。高濃度汚泥の分離過程をこのように考えることにより，先の沈殿池モデルが直接適用出来る。

問題は仮想的初濃度  $S_2$  を実際の値  $S_1$  と関係づけておくことで

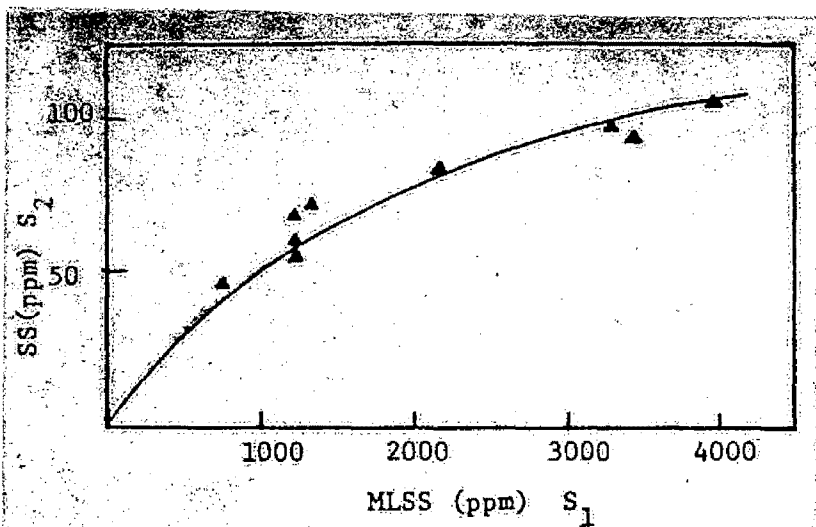


Fig. 34. Experiment on the relationship between  $S_1$  and  $S_2$

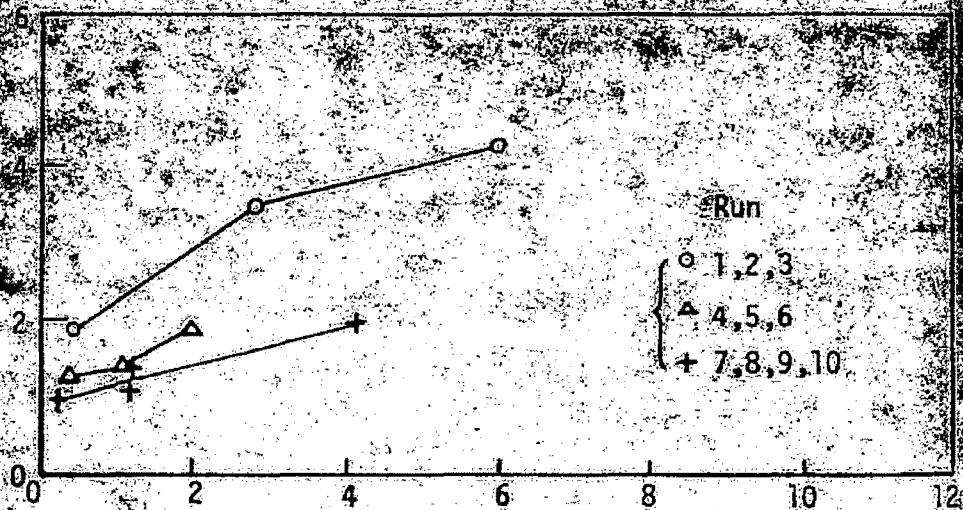
ある。これは次の回分沈降実験から決定した。

実験に用いた活性汚泥は昭和41年8月，京都市鳥羽下水処理場の返送水を採取し，人工下水（ $BOD_5$  1,100～1,200 ppm，ポリペプトン750 ppm，ブドウ糖500 ppm  $Na_2HPO_4 \cdot 12H_2O$  62.5 ppm， $KCl$  50.0 ppm， $MgSO_4$  37.5 ppm）で25°C～30°C恒温培養したもので，培養汚泥1日間の $BOD$  負荷率は0.3～0.4 Kg  $BOD/Kg$   $MLSS \cdot 日$ となるように注意した。実験に際しては，この培養汚泥を30分間自然沈降したものを抜出して用いた。なお300回/分，3分間の遠心分離で汚泥より抽出した液の溶解性 $BOD$  濃度はおよそ10 ppmであった。回分沈降実験は，1 lのメスシリンダーに，先の汚泥と人工下水を入れて所定の時間エアレーションし，しかる後汚泥を沈降させ，その時間変化を水深の半ばを代表点とし，ここからピペットで採水したサンプルの $BOD_5$  測定により求める。この測定 $BOD_5$  は溶解性のものと浮遊性のものに由来するが，沈降実験期間中で溶解性  $BOD_5$  はほぼ一定であったので，これを back ground として全測定値から引いた。各時刻で測定した浮遊性  $BOD_5$  値を時間についてプロットすると，先に Fig-33 に示したような浮遊物沈降除去曲線が得られ，したがって  $S_1$  と  $S_2$  の関係が求められる。このデータの一例を Fig-34 に示す。

この結果から， $S_1$  と  $S_2$  の関係は

$$S_2 = \alpha S_1^r \quad (1-95)$$

のような形で近似できることがわかり， $\alpha=1.72$ ， $r=0.5$ と求め



Intensity of aeration (l air/min l water)

(The same symbols designate the data at a same batch.)

Fig. 34' Variation of  $\alpha$  against aeration intensity.

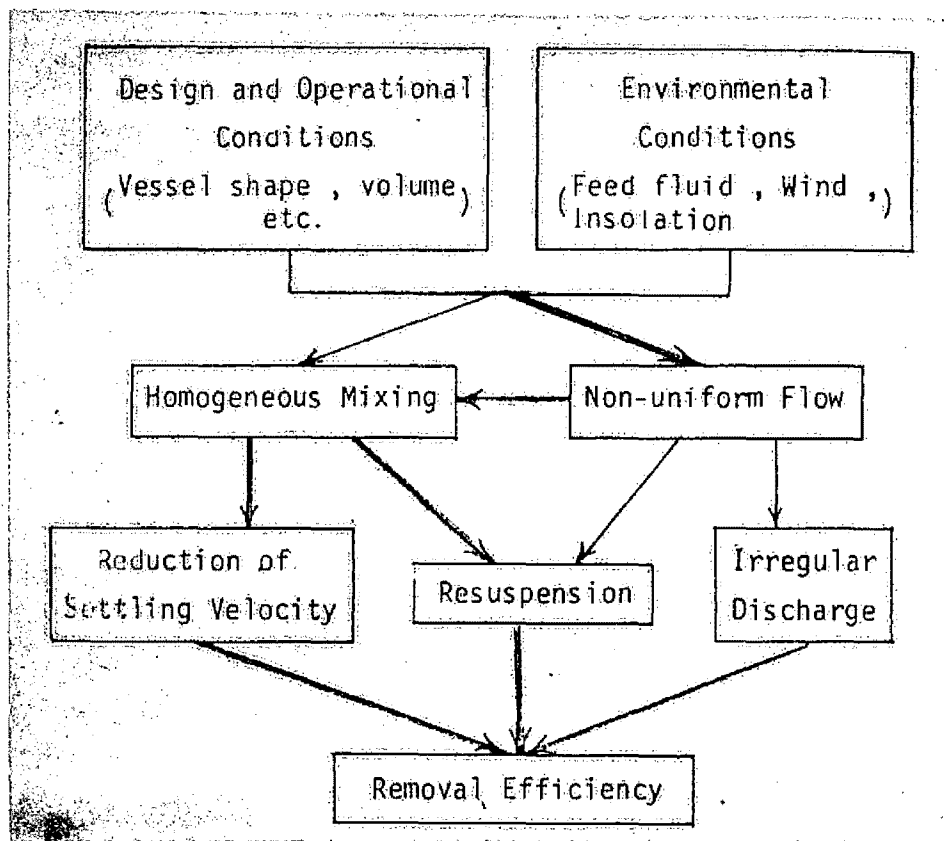
られた。

ここに $\alpha$ ， $\gamma$ は種々の操作条件により変化する係数であるが，エアレーション時間については，ほとんど有意の差が認められなかった。しかしエアレーション方法や強度の差異による影響はデータが十分でないのでまだ一般的な結論は出せないが，エアレーション強度を三種に変えた場合の沈降実験から Appendix 2 に掲げたような結果を得た。それから求めた $\alpha$ の変化を強度に対してプロットすると Fig. 34' のようになり，曝気強度の差異によってこの係数は相当に変動するものであることが分る。なお曝気強度の増大は $\alpha$ を増大させること，即ち残留浮遊物濃度を増す傾向がみられ，これは曝気時の混合の増大が汚泥を微細にし，幾分沈降性を低下させるためと想像される。このような $\alpha$ の大巾な変動からも，将来必要に応じて，所与の条件下で同様の実験を繰返し，この二つの係数 $\alpha$ と $\gamma$ を注意深く決定せねばならないといえよう。

## 第6節 一般的な沈殿池表示式に対する示唆

第3節，第4節では沈殿池内でみられる流れ特性を乱れ混合と偏流とに分けて別個に取扱ったが，実際にはこの両者が同時に生じて，効率はその総合的な影響の結果として表われてくる。よってこゝでの成果が実際の沈殿池特性を一般に，かつ十分表示しているとは言い難く，まだ将来の研究に俟つべきところが多い。それでは今後どのような検討が必要であり，本研究の成果はどのように位置づけられるかを略述





する。

既にみたとおり，流れ特性と沈降除去との関係を総括的に論じたものは少ない。特に偏流についてはその反応装置の収率に及ぼす影響が攪拌反応槽の場合について研究された例は比較的多い〔28, 29〕。しかしこの結果をもって直ちに沈降槽に対する偏流の作用を類推すると間違いを犯す。たとえば死水域の存在は反応装置では有効容積を減じて効率を低下させることが認められるが，沈殿池に対しては必ずしも効率低下に結びつかないことは容易に知れる。他の偏流現象についても，次の仮定を設ける限り，その影響は一口で，効率低下をもたらすことは云えない。

仮定(i)，流れには乱れ混合は生じない。

仮定(ii)，再浮上は生じない。

仮定(iii)，流出点での特異な現象，浮遊物流出の現象は起きない。

とすれば縦断面内での短絡流，死水域は効率に何ら影響がないと計算される。これは直感的に矛盾を感じず，現に密度流を防ぐために多大の努力が払われているのは理由なしとはしない。それは各種の偏流が必然的に上の三つの仮定をくずすため，それらに由来して最終的には効率低下として現われてくるからである。偏流の特徴は理想沈殿池の場合に比べて局所的に高流速部分が生ずることである。その高流速部分は当然，上記3つの仮定を成立たなくし再浮上，連行流出など惹起す。したがって偏流の悪影響というのは，その特異な流れパターン自体にあるのではなく，主として流れに伴なって生ずる乱れや，浮遊物の捲上げ，などが除去過程に好ましくない影響を及ぼすものと考えざるを得ない。このことから，従来のように単なるトレーサ流出曲

線より求めた実質滞留時間などを設計，操作の指針にとることは，危険があり，確たる根拠があるとは言い難い。将来は更に池内の流動特性を直接把握しなければならないことが理解される。

したがって予想される「外的条件」の下に希望の「処理効率」をうるため「設計，操作条件」を決定するためには左図に要約した過程が十分に解明され相互に関係づけられねばならない。これによってはじめて沈殿池の最適設計が可能となろう。左図と対応させて本研究での結果をみると，第3節は，ある強さの混合が生じたとした場合，それがみかけ沈降速度の低下と再浮上を惹起して，最終的に効率にどのような影響を与えるかを関係づけたのみで，どのような条件の下に，その混合が生ずるかについてはまだ不明である。

また第4節は或る条件下（表面風及び流入水）でどのような偏流が生じて，それが主として浮遊物質の流出連行のために効率にどのような悪影響を及ぼすかを全体としてとらえたにすぎない。

将来の方向としては，左図中に示したすべての関係を忠実に把握すべく努める現象論的方法と同時に，多くの因子の内特に重要と思われるもののみいくつかを，実際のデーターにより選り出し，可成り大胆に効率と結びつける方法とが考えられよう。両方向からの成果がその中間で結びついた時，沈殿池モデルとして合理的なものが確立されよう。

## 第5章 曝気，再曝気槽表示の数式モデル

## 第1節 概 説

曝気槽は活性汚泥プロセスの中で主役を果す単位操作で、この運転の成否がプロセス全体の効率を大きく支配する。したがってこれまでも曝気操作に関してあらゆる面から研究されているが好気性生物化学反応自体の機構が複雑である上に槽の流動特性の複雑さが重なってまだ十分に曝気槽操作が理解されていない。故に実用になる定式化もまだ十分でない。現在用いられている曝気槽は矩型、又は円形槽で滞留時間は4～5時間が普通であるが、各種の変法操作があり、それぞれ操作条件は大いに異なる。槽中での反応は活性汚泥を触媒とする一種の自触媒反応とみられる。一方再曝気槽は活性汚泥プロセスに必ず設置されているものではなく特殊な変法にのみみられる。その操作自体は曝気槽と本質的に異なるものではない。通常プロセスでは曝気槽の後半部分がその働きを兼ねていると考えられる。両者の相違は曝気槽では基質の存在の下で空気の供給をうけた汚泥が酸化反応をおこなうのに対し、再曝気槽では基質は供給されず、空気のみが与えられる。この場合如何なる現象が進行しているのかまだ明らかにされていないが、汚泥の機能回復がはかられているとする定性的な理解がなされている。

## 第2節 従来の数式表示

### 2-1 流動モデル

曝気、再曝気両槽内には酸素供給と汚泥の沈降防止の為にかなり

の乱れ混合が与えられている。従来それを表示するのに完全混合と押出流れの両極端を仮定したものがほとんどである。〔30, 31〕。混合を考慮したものには槽列として取扱った松本ら〔32〕のもの、および合田〔33〕らによる新しい混合モデルが僅かにみられる程度である。一方再曝気過程に対する従来の研究は定性的な回分実験〔34〕がみられるのみで、これを単位操作の立場から検討した例はない。

## 2-2 速度過程

これまで提出された好気性生物化学反応の速度式には、Michaelis - Menten 式〔35〕をはじめとして、一次反応式による近似〔36〕、さらには北尾〔37〕や Eckenfelder〔38〕による零次反応説など種々の異なるものがみられる。

それにもかかわらずまだ決定的なもののみられないのは反応を司るのが生きた生物群であり、その過程は多くの外的因子の影響を受けて再現性に乏しいため確実に把握しにくいという生物化学反応に固有の困難さによると考えられる。

これまでに提示されたとの反応式にも共通する欠点は、微生物の活性状態を考慮に入れていないところにある。これがうまく定量化されない限り反応機構、特に再曝気操作の意義を明らかにすることは不可能であろう。ここに新たな活性度という変数を導入しよう

とする意味がある。

この新たな活性度假説により曝気と再曝気の両操作が統一的に表示された。これがまた一層よく生物化学酸化反応機構を説明しうることが実験的にも証明された。これを以下に述べる。

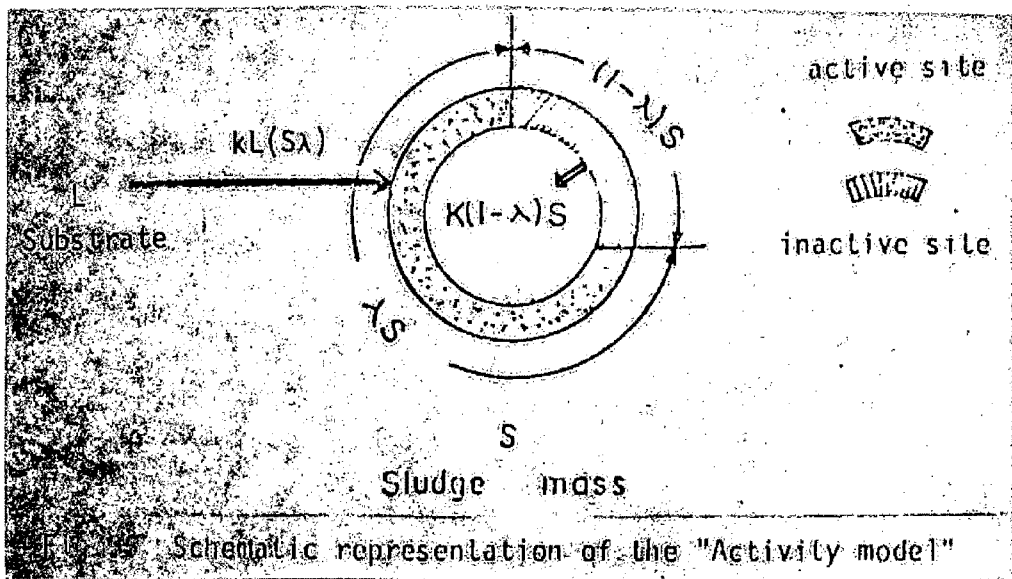
### 第3節 活性度導入による生物化学反応機構の定式化

現在好気性生物化学反応に対する反応方程式は先に述べたように、いくつかの異なるものが見られるが、その何れもが生物の活性度を考慮していないためどうしても様々の不合理が表をれてくる。その主なものは

- ① BOD 減少過程を反応の全期間に亘って忠実に表現し得ないこと。
- ② 長期間エアレーション，ないしは再エアレーションによる活性汚泥の反応力回復上昇を表現していないこと。
- ③ 代謝による酸素消費過程や基質除去速度変化の様子を個々に説明しえないこと。

そこで新たに活性汚泥の特性を表わすために，活性度という変数を導入することを試みた。

汚泥の活性度という概念は Bucksteeg〔39〕や Lenhard〔40〕の研究以来，近くは Forkas〔41〕や橋本，藤田〔42〕等によっても述べられているが，いずれもそれを定量的に表示したものではない為，その概念を実際の設計，操作の指標に用いること



はむつかしい。

ここに導入する Activity は吸着理論における空席率に相当し、対象汚泥の吸着能の時間的変化状態を規定するものとして次のように定義する。すなわち基本的には活性汚泥による基質除去過程を、先ず基質の汚泥表面への吸着と、これに引き続いていったん吸着されたものが、消化分解ないしは合成により消費されて消滅するという2段階過程と考える。このような吸着に次ぐ分解の二過程直列の仮説は Siddiqi ら〔43〕によっても示唆されている。このとき汚泥の吸着可能な部分を Active site とみて、これを $\lambda$ で表わす。

いま基質の吸着の速度は全 Active site  $\lambda S$  と基質濃度 $L$ に比例し、一方吸着基質の消滅割合は吸着済みの site の割合に比例するものとする (Fig. 35)。

このように仮定すると単位 mixed liquor 当りの Activity の時間的変化は次の微分方程式から決定される。

$$\frac{d(n_T - n_A)S}{dt} = -K(n_T - n_A)S + \frac{\lambda L}{K} n_A S \quad (1-97)$$

$$\left( \begin{array}{c} \text{全不活性座の時間的} \\ \text{変化速度} \end{array} \right) = - \left( \begin{array}{c} \text{吸着された基質} \\ \text{の酸化消滅速度} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{活性座への} \\ \text{基質の吸着速度} \end{array} \right)$$

ここに  $n_T$ ,  $n_A$  はそれぞれ単位汚泥重量当りの全座と活性座の数

$L$  = 基質濃度 (BOD<sub>5</sub> ppm),



$S$  = 汚泥濃度 (SS weight ppm),

$k$  = 基質が汚泥の活性座に付着する速さを表わす吸着速度定数で,

活性度を考えない場合 ( $\lambda = 1$ ) の従来の反応速度係数に相

当する, ( $1/\text{時} \cdot \text{SS ppm}$ ) ;

$K$  = 吸着された基質が消滅する速さ, 活性度回復係数と名付ける。

( $1/\text{時}$ ).

$m$  = 単位 BOD が占める活性度 1 の汚泥量,

(SS ppm/BOD<sub>5</sub> ppm)

もし  $n_T$  がほぼ一定とみなせるならば (1-97) 式は次式となる。

$$\frac{d(1-\lambda) S}{dt} = -K (1-\lambda) S + m k L S \lambda \quad (1-98)$$

ここに  $\lambda$  は活性度と名付け全座に対する活性座 (空席) の割合と定義する。

一方基質  $L$ , および汚泥  $S$  の時間変化は従来からよく知られている M'Kendlich - Pair モデルに従うとすれば

$$\frac{dL}{dt} = -k (\lambda \cdot S) L + \beta \cdot b \cdot S \quad (1-99)$$

$$\frac{dS}{dt} = a \cdot k \cdot (\lambda \cdot S) L - b \cdot S \quad (1-100)$$

ここに  $a$  = 基質の汚泥への転化率 (SSppm/BODppm)

$b$  = 汚泥分解速度係数      (1/時)

$\beta$  = 汚泥の基質への転化率 (BOD<sub>5</sub> ppm/SS ppm)

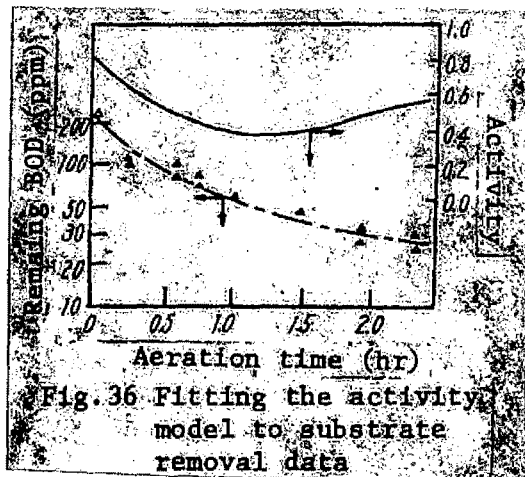
となる。ここに (1-99), (1-100) 式の第二項はそれぞれ死滅した汚泥の基質への転化速度および汚泥の自家呼吸による死滅速度を修正項として加えたものである。

上記の反応方程式は従来からのものにおいて  $S$  が  $\lambda$  で修正されているだけで根本的に異なるものでない。

このように簡単な基礎式 (1-98) ~ (1-100) が基質と汚泥を混合し、エアレーションした場合の汚泥および基質の変化を規定している。故に上の三つの式がエアレーションタンクおよび再エアレーションタンク両方に対して適用でき、両タンク内での生物酸化反応の様相を統一して表示していることになる。しかも先述したような従来の反応速度式がもつ欠点を補っていることは後の検討で明らかとなる。なお式 (1-98), (1-99), (1-100) は非線型であり、解析的に解くことはできない。その意味では必ずしも簡単な数式モデルとはいえないかもしれない。しかしこのような連立常微分方程式については解の存在や、その性質が十分検討されており、しかも高速計算機など計算手段の発達で数値計算の容易になった今日、しいて解析解を得ることに拘泥しなくてもよからう。

#### 第4節 既往のデータによる活性腐敗説の裏付け

式 (1-98) (1-99) (1-100) で表わした微分方程式



の妥当性，すなわち吸着，分解等の個々の過程についてこれを現象論的に裏付けることは非常に難かしく，われわれの当面の目的でもない。むしろ実際の設計，操作の際に必要な情報，たとえば BOD 減少，汚泥の反応力回復，酸素消費，汚泥の増減などの様子をうまく表現することに目的がある。ここではこのような巨視的な現象に対して活性度モデルの妥当性を調べる。先ず式 (1-98) ~ (1-100) から計算した基質一時間曲線が基質除去の実験データをうまく説明しうることを示す。Fig. 36 に人工下水を用いた典型的な基質除去データの一例を示す。従来から多数おこなわれてきたこの種の実験データでも認められるところであるが，残留 BOD-時間変化を半対数紙にプロットすると，大抵の場合，初期の数分とエアレーションを数時間続けた部分の BOD 減少状態が直線にのりにくい。すなわち全期間を通じて 1 次反応に従うとみるのがむづかしい。そこでこれを説明するために種々の仮説がなされている。〔36, 37, 38〕。式 (1-98) を導入して  $L$  の変化を算出したものを Fig. 36 上に鎖線で描いた。この結果をみると全エアレーション期間のデータの傾向とうまく一致しており，したがって基礎式の仮説を積極的に肯定するとは云えなくとも少くとも否定するものでないと確信される。なおそれら基礎式には， $K$ ， $k_s$ ， $m$ ， $a$ ， $b$ ， $\beta$  の係数と活性度の初期値  $\lambda(0)$  が未知量として含まれており，それを現象的に個々に決定することはむづかしい。そこで厳密にはいくつかの実測可能な変量の実測値から次節で述べるような Parameter fitting の手法を用いて決定せねばならない。さて Fig. 36 から活性度  $\lambda$  の導入により BOD

減少過程がうまく表現しうるということが認められたが，この計算での活性度の変化を同図中に実線で示す。活性度は初期に急激に低下し，エアレーションを続けると次第に回復していくことがわかりこのことは実際のエアレーションタンクでの活性度変化について定性的に推測されるところと一致する。

次に再エアレーションタンクについてみると，これまでは再エアレーションタンクの働きを定量化したものはみられず，ただ莫然と汚泥の反応力を回復させる機能をもつものと考えられてきた。いま式（1—98）～式（1—100）を用い，且つ再曝気槽では基質  $L \rightleftharpoons 0$  であるとみなすと汚泥性状の変化は

$$\frac{d(1-\lambda)S}{dt} = -K(1-\lambda)S \quad (1-101)$$

$$\frac{dS}{dt} = -bS \quad (1-102)$$

で表わされる。もし槽内での汚泥量の変化は少なく

$S \rightleftharpoons \text{一定}$  とすれば

$$\lambda = 1 - (1 - \lambda_0) e^{-Kt} \quad (1-103)$$

となり再エアレーションタンク内での活性回復は指数関数的であること

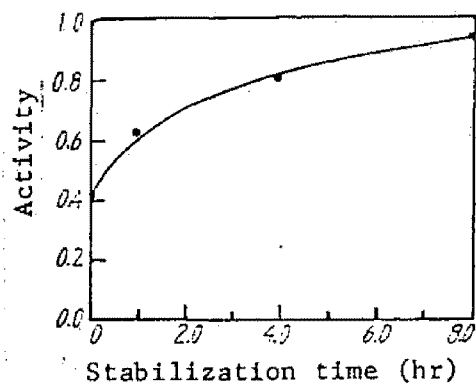
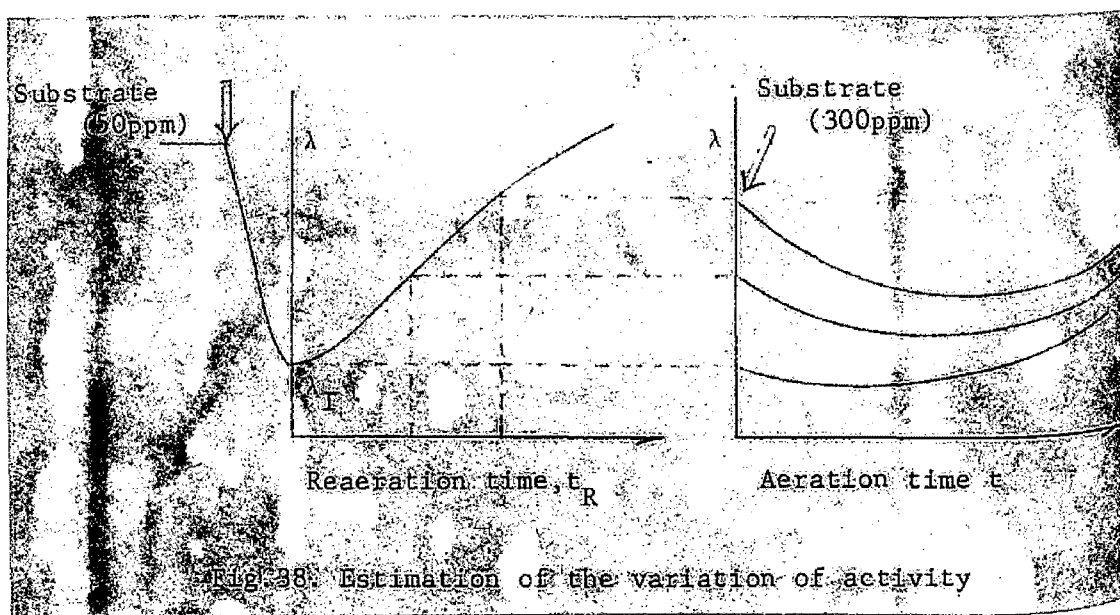


Fig.37. Estimation of the recovery of activity



が導かれる。これについて Eckenfelder と O'Connor [45] のコンタクトスタビリゼーションに関する実験データ（再エアレーション時間の異なる S を用いて基質除去を始める場合の酸素摂取速度の測定）を利用する。ここで 24 時間再エアレーション汚泥の activity を  $\lambda = 0.9$  と仮定して他を相対的に換算したものを Fig. 37 に示す。このデータは式 (1-92) の形にかなりうまく適合しており、その場合、パラメーターは  $K = 0.32$ ,  $\lambda(0) = 0.4$  となる。

このことは activity 回復過程の仮説を裏付ける証左の一つと考えられよう。

## 第5節 活性度基礎式の実験的検討

これまでは既往のデータを利用して活性度の仮定を調べたが、次に新たにおこなった基質除去の回分実験データを用いて式 (1-98) で与えた活性度変化式の妥当性を検討してみる。式 (1-98) ~ (1-100) から Activity  $\lambda$  の時間的変化を計算する場合、含まれている多くの係数と、同時に  $\lambda$  の初期値も不明である。しかもこれは汚泥の過去の経歴によって変わってくるので、ここでは長期間人工培養した汚泥を取り出し、これにかなり低濃度の基質を加えてエアレーションする。

（これは実際のプロセスでは再エアレーションに相当するので以後再エアレーション実験とよぶ）すると汚泥は次第に活性を回復していくものと推測されるので、適宜時間をおいてこれを抽出し、新たに定

濃度基質を加えて，エアレーションを開始する。このときの基質と汚泥の変化を実測し，この実測値に最も適合するように各係数と  $\lambda$  ( $t=0$ ) を決定する。ところで微分方程式の初期値と同時にパラメータを fitting するのは数理的にも相当面倒な問題なので，次項で詳述するが，ここでは簡単に図的に求めた結果を参考として示すにとどめる。

本実験過程において推定される活性度変化の様子を Fig. 38 に示す。先ず活性度の不明な汚泥を取り出し少量の基質と混合すると活性度が  $\lambda_1$  になるとする。これをエアレーションし適当な時間  $t_R$  後に取り出すと活性度は上昇し  $\lambda_{t_R}$  になっている。これを用いて再び基質を加えてエアレーションを開始して基質と汚泥濃度の変化を測定する。実験条件については次節に述べると同様である。この実測結果を Fig. 39 に示す。ここではエアレーション開始時の基質除去速度

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_{t=0} \text{ を図のこう配から読み } \left(\frac{dL}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{\mu}{Y} \left(\lambda SL\right)_{t=0} \text{ から } \mu\lambda|_{t=0} = -\left[\frac{dL/dt}{SL}\right]_{t=0} \quad (1-104)$$

により  $\mu\lambda(0)$  を求める。そこで  $\mu$  と  $\lambda(0)$  を分けることを工夫せねばならない。そのためまず  $\mu$  を仮定して  $\lambda(0)$  を算出してみると  $t_R = 0$  の汚泥の  $\lambda(0)$  は  $\lambda_1$  そのものであるからこれを用いて，再エアレーションでの活性回復式

$$\lambda_{t_R}(0) = 1 - (1 - \lambda_1) \exp(-Kt_R) \quad (1-105)$$



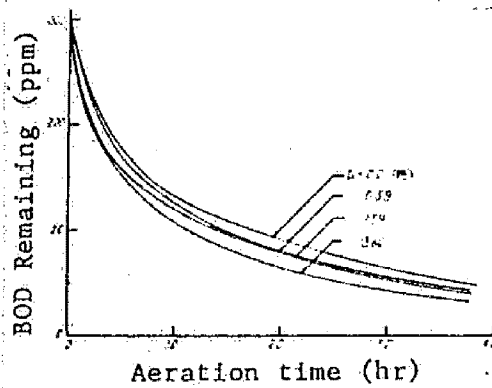


Fig.39. Effect of reaeration period to the BOD removal rate.

Table 5. Measurements on reaeration process and the estimation of the activity recovery coefficient.

Reaeration period $t_R$ (hr)	Measurement at the begining of aeration		Evaluated values		
	S(ppm)	L(ppm)	k	$\lambda_I$	K
0.00	577	301	0.006	0.416	-
0.59	596	296	0.006	0.416	0.567
1.59	604	295	0.006	0.416	0.590
3.60	608	295	0.006	0.416	0.312

に従い  $K = \ln \left[ (1 - \lambda_1) / (1 - \lambda(0)) \right] / t_R$  で  $K$  を求めてみる。これが一定の値を与えれば先の  $k$  の推定値が合理的であったと推定してよからう。この方法に従って Fig. 39 のデータを解析した結果を Table 5 にまとめて掲げる。

まだデータ数が少いので断定的なことは言えないが Fig. 40 に示すとおり活性回復状態はこれまた式 (1-105) の推定と極めてよく一致している。以上のように新たな、実験データおよび従来の諸データから検討した限りでは活性度の導入が合理的であることを十分認めてよいと思われる。

## 第6節 活性度モデルのパラメーター推定

前節で新たに提示した活性度モデルに含まれるパラメーターの推定を初歩的な方法でおこなった。しかしもっと数学的に厳密な手法を用いて合理的に推定すると同時に従来の式に比べても一層合理的であることを数量的に裏付けする必要がある。ここでは新たに回分実験によって得た基質除去反応データと、モデル式に基づいて求めた計算値の誤差が最小になるように、グラジエント法を用いてモデル式中のパラメーターを決定した。この誤差と従来の式から生ずる誤差とを比較し新たなモデルの妥当性を考察した。

### 6-1 反応速度式

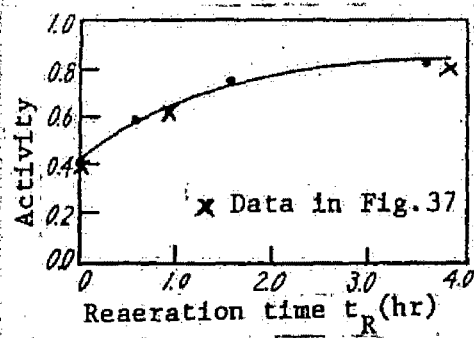


Fig.40. Recovery of activity by reaeration.

基質，汚泥濃度およびその活性度変化の基礎式は既に (1-98) (1-99) , (1-100) 式で与えたが，好気性反応の際のもう一つの指標は溶存酸素濃度である。これを加えた 4 つの変数は次の連立常微分方程式で規定されよう。

$$\text{基 質} \quad \frac{dL}{dt} = -k_L S \lambda + b \beta S \quad (1-106)$$

$$\text{汚 泥} \quad \frac{dS}{dt} = a k_L S \lambda - b S \quad (1-107)$$

$$\text{活性度} \quad \frac{d\lambda}{dt} = \underline{K} (1-\lambda) - m k_L \lambda + \frac{1}{S} (1-\lambda) \left( \frac{dS}{dt} \right) \quad (1-108)$$

$$\text{溶存酸素} \quad \frac{dO}{dt} = K_{La} (O_S - O) + C \left( \frac{dL}{dt} \right) + d \quad (1-109)$$

ここに  $O$  = 溶存酸素濃度 (DO ppm)

$O_S$  = 空気泡中の酸素濃度に平衡な水中酸素濃度 (DO ppm)

$C$  = 単位  $BOD_5$  を酸化するに要する酸素量

(DO ppm /  $BOD_5$  ppm)

$K_{La}$  = 液側基準総括物質移動容量係数 ( $1/hr$ )

$d$  = 自家呼吸に要する酸素量 (DO ppm /  $hr$ )

Table 6. Experimental Data

Time (min)	L (ppm)	S (ppm)	O (ppm)
0	300	936	8.22
2			7.14
4			6.42
6			5.92
8			5.49
10			5.21
12			5.08
14			5.01
16			4.99
18			4.95
20	{ 159		4.99
22	{ 174		5.00
24			5.02
26			5.08
28			5.09
30			5.17
32			5.20
34			5.26
36			
38			
40			
42	{ 124		5.64
44	{ 126		
46			
48		{ 946	
50		{ 1030	
1 hr			
70			6.55
72	{ 68		6.55
74	{ 76		6.61
76			
78			
80			
95			6.75
2 hr			
140		{ 1110	
142	{ 33	{ 1076	
144	{ 54		6.95
146			
148			
150			
152		1020	
154			
156			
3 hr			
181	{ 23		7.12
183	{ 32		

なお単位のうちで DO は溶存酸素濃度，BOD は  $BOD_5$  の量，SS は全浮遊物質の重量を意味する。

上記 4 つの式の内 (1-106) (1-107) 式は既に説明済みである。(1-108) 式は (1-98) 式を変形したものであり，(1-109) 式は酸素の収支を表わす。すなわち右辺第一項は空気中の酸素が水に溶解する速度，第二項は反応によって消費される速度，第三項は自家呼吸で消費される速度を含む補正項である。なお  $C \left( \frac{dL}{dt} \right) + d$  の酸素消費項は Rich [46] によって既に提示されている。

## 6-2 実験方法およびデータ

活性汚泥および基質は先に第 5 節で述べたと同じものを用い，これを 1 ℓ のメスシリンダーにとり，曝気を開始する。この際基質濃度はほぼ 300  $BOD_5$  ppm，汚泥は 3000～5000 SS ppm になるように調整する。

曝気開始後基質，汚泥および溶存酸素濃度の時間的変化を測定する。ここで基質濃度はウインクラー法，ナトリウムアザイド変法による  $BOD_5$  を使用し，活性汚泥は重量法，溶存酸素は，DO メータで連続的に測定記録した。

典型的な実測データを Table 6 に示す。

## 6-3 数 理 手 法

近年，代数方程式又は微分方程式に含まれるパラメータ推定の為の種々の手法が開発されてきた。化学反応の速度定数の決定にこれらの適用例がいくつかみられる。〔47，48〕

ここでは(1-106)～(1-109)の常微分方程式系のパラメータ推定が目的である。その手法につき，一般的に説明するためいま次の微分方程式系を考える。

$$\frac{dX_i}{dt} = f_i(X_1, \dots, X_M, P_1, \dots, P_R, t) \quad (1-110)$$

ここに  $i = 1, 2, \dots, M$  .

$P_1, P_2, \dots, P_R$  は推定すべき未知パラメーターであるが，未知の初期条件もこの中に含めて同様に決定される。

問題設定：「 $t$ の関数として実測されたデータ  $X_1, \dots, X_M$  に基礎式(1-110)の解が最小自乗の意味で最もよく合うように未知パラメーター  $P_1, P_2, \dots, P_R$  を決定する。」すなわち次式で定義される  $\sigma$  を最小にする。

$$\sigma = \sum_{i=1}^M W_i \sum_{S=1}^G [X_i(t_S) - b_{iS}]^2 \quad (1-111)$$

ここに  $X_i(t_S)$  は時刻  $t_S$  における  $i$  番目の変数の計算値， $b_{iS}$  はそれに対応する実験値であり， $G$  は実験データの数， $W_i$  は各

変数の重み係数であるがその大きさは各変数の絶対値にほぼ逆比例するものとして選んだ。

式 (1-111) のような関数を最小にする数学的手法はいくつかあるが、ここでは直接的なグラジエント法を採用して計算した。 $\sigma$  のグラジエントは次のようにして求められる。まづ未知パラメータ  $P_j$  について  $\sigma$  を微分すると、次式となる。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial P_j} = \sum_{i=1}^M w_i \sum_{s=1}^G 2 (X_i(t_s) - b_{is}) \frac{\partial X_i(t_s)}{\partial P_j} \quad (1-112)$$

式 (1-112) 中の大括弧内の値は容易に算出される。 $\frac{\partial X_i(t_s)}{\partial P_j}$

の項を計算するために、(1-110) 式を  $P$  について微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial P_j} \left( \frac{dX_i}{dt} \right) = \sum_{K=1}^M \frac{\partial f_i}{\partial X_K} \frac{\partial X_K}{\partial P_j} + \frac{\partial f_i}{\partial P_j} \quad (1-113)$$

又は

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial X_i}{\partial P_j} \right) = \sum_{K=1}^M \frac{\partial f_i}{\partial X_K} \frac{\partial X_K}{\partial P_j} + \frac{\partial f_i}{\partial P_j} \quad (1-114)$$



となる。(1-114)式はもし初期条件が与えられれば, (1-110)式と連立して積分され  $\partial X_i / \partial P_j$  ( $i=1, 2, \dots, M$ ) の値が得られる。もし  $P_j$  がパラメーターである場合にはその変動  $X_i(0)$  に影響は与えないので  $\partial X_i / \partial P_j = 0$  が  $t=0$  においてなりたつ。

一方  $P_j$  が  $X_j$  の初期値である場合  $\partial X_i / \partial P_j = \delta_{ij}$  となる。

ただし  $\delta_{ij}$  はクロネッカーデルタ ( $i=j$  で  $\delta_{ij} = 1$ ,  $i \neq j$  で  $\delta_{ij} = 0$ )。さらまた  $P_j$  が初期値である場合には式 (1-114) の  $\partial f_i / \partial P_j$  の項は消滅する。

式 (1-112) 中のすべての項はこれで求まったので  $P_j$  に関する  $\sigma$  の係数を  $i=1, 2, \dots, K$  について計算することができる。

最急下降の方向は勾配ベクトルの負方向であるので, それは次式で表わされる。

$$\underline{i} = - \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial P_1}, \dots, \frac{\partial \sigma}{\partial P_R} \right]^T / \left( \sum_{j=1}^R \left( \frac{\partial \sigma}{\partial P_j} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (1-115)$$

ここに  $\underline{i}$  は  $R$  次元の単位ベクトルを表わし,  $( )^T$  は転置行列を示す。そこで求めるパラメーター値は次のように次第に改良されて  $\sigma$  を最小にする方向に近づいていく。

$$P_j, \text{ improved} = P_j, \text{ old} + \Delta p_j \quad (1-116)$$

ここで  $\Delta P_j$  は

$$\Delta p_j = -\delta \frac{\partial \sigma}{\partial p_j} \bigg/ \left( \sum_{j=1}^R \left( \frac{\partial \sigma}{\partial p_j} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (1-117)$$

である。ここで  $\delta$  はステップ巾を示す。

計算過程を要約すると次のようになるであろう。

- i, パラメーター値  $P_1, P_2, \dots, P_R$  を適当に選定する。
- ii, 式 (1-110) と (1-114) を積分していく。
- iii,  $\partial \sigma / \partial P_j, (j = 1, 2, \dots, R)$  を計算する。
- iv, 式 (1-116) と (1-117) から改良された  $P_j$  を求める。
- v, ステップ ii ~ iv を繰返し, 必要精度の  $P_j$  をうる。

#### 6-4 結果の検討

これまでに述べた手法によって, 式 (1-106) ~ (1-109) からなる新たなモデルと, 式 (1-106) ~ (1-108) において  $\lambda = 1$  とおいた場合の従来のモデル式に対して Table 6 に示す実験データを用いてパラメーター値を推定した。初期の仮定値を  $k = 0.004, K = 2.00, m = 8.00$  とし, IBM 360-50 計算機により計算時間 4 分, 4 回繰返しで得た結果を Table 7 に

Table 1. Estimated Values of the Parameters

Parameters		New Model	Conventional Model
$\frac{1}{1 + \frac{1}{k} \left( \frac{1}{m} \right)^n}$	k	0.00347	0.000985
	m	6.907	6.907
	K	1.767	infinity
$\frac{1}{1 + \frac{1}{A} \left( \frac{1}{B} \right)^C \left( \frac{1}{D} \right)^E \left( \frac{1}{F} \right)^G}$	A	0.520	0.520
	b	0.040	0.010
	B	0.70	0.70
	$\frac{K_{sp}}{b_1}$	5.60	5.60
	c	0.052	0.052
	d	-4.50	-4.50
R <sup>2</sup>		104.745	593.045

掲げる。こゝでステップ巾  $\delta = 0.08$  , 重み係数  $W_1$  は  $0.2$  ,  $0.005$  ,  $2.0$  をそれぞれ  $L$  ,  $S$  ,  $O$  に対して採用した。Fig. 41 に実験データと計算結果の比較を示す。こゝで実線は新しいモデルに基づく計算結果を、破線は従来モデルに基づく結果を示す。この図にみられる如く、新たに提示した活性度モデルは生物酸化過程、特に基質除去過程を従来のものより一層精確に表示している。従来モデルは数時間曝気後の基質濃度を比較的正しく与えているが、初期の急激な減少と、長時間曝気後の緩やかな減少を同時に与えることはできない。新たなモデルはその全期間に亘る状態変化をよく表示しうるのみならず、活性汚泥の活性度の時間的変化を与えることから、再曝気過程の表示としても有用である。したがってもし、曝気槽出口での基質除去状態のみを推定する場合には、その簡単さの由にも従来モデルを採用することは望ましかろうが、一旦全活性汚泥システムの総合的な最適性を決定する目的のためには、汚泥の生物学的活性状態を知ることは不可欠である。これは特に再曝気過程を含むシステムに対して決定的である。なお両モデルに基づく誤差  $\sigma$  も Table 7 に示すが新たなモデルは誤差面積で  $1/5$  ほどの精度でデータによく一致していることがわかる。もっとも予め与えたいくつかのパラメーター値の選び方に改良の余地があるところからこの結果だけからモデルの価値を論ずることはできないが、少くとも一つの有力な定量的根拠と言えよう。こゝで得たパラメーター値を用いて計算した活性度  $\lambda$  の時間変化を Fig. 42 に示す。この様子は前節での活性

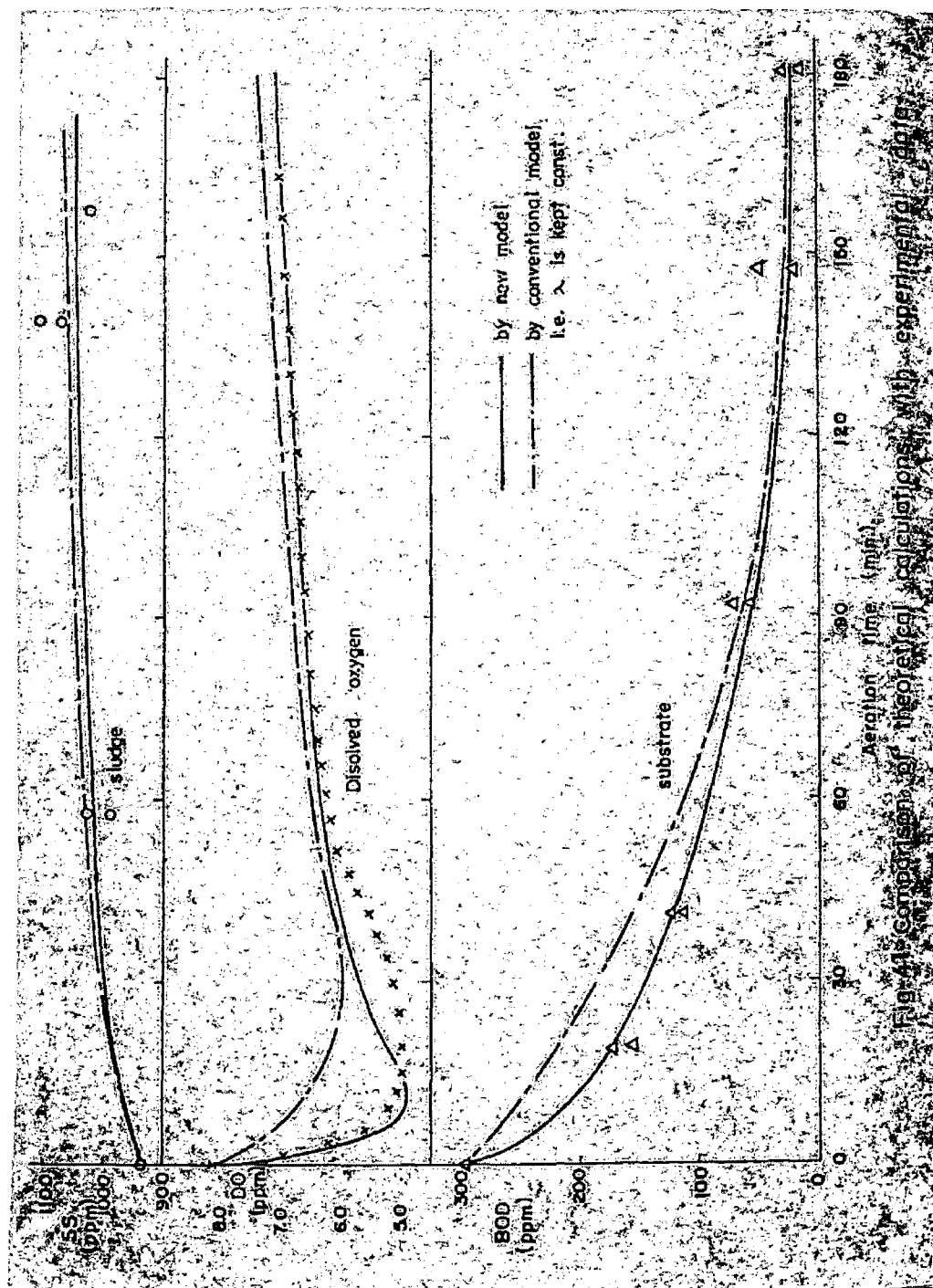


Fig. 4. Comparison of theoretical calculations with experimental data.

度変化の推定と大略一致している。

## 第 6 章 活性汚泥プロセス諸変法の統一的表式

これまで活性汚泥プロセスは種々の改良工夫がこらされて多くの変法プロセスを生んでいる。しかしその改良は主として長年の実際プラントの運転から経験的にもたらされたもので、定量的な裏付けを欠いている。その最大の原因はプロセスを表現しうる合理的な数式モデルの欠如にある。たとえ個々の変法を別個に表現しえたとしても、あらゆる変法を統一的に表示し得ない限り各種変法を同一の基準で数値的に比較することはできない。

本節ではこれまで本第 I 編で検討を加え導いてきた各単位操作の表示モデルをまとめて一般的に記述し、これが、諸変法を含めて統一的に表現しうるものであることを示す。

対象プロセスのブロック線図を Fig. 43 に示す。

エアレーションタンクに対して

$$\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( E_A \frac{\partial L}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial z} (U_A L) + f_L + g_L(z) \frac{L_I}{A} \quad (1-118)$$

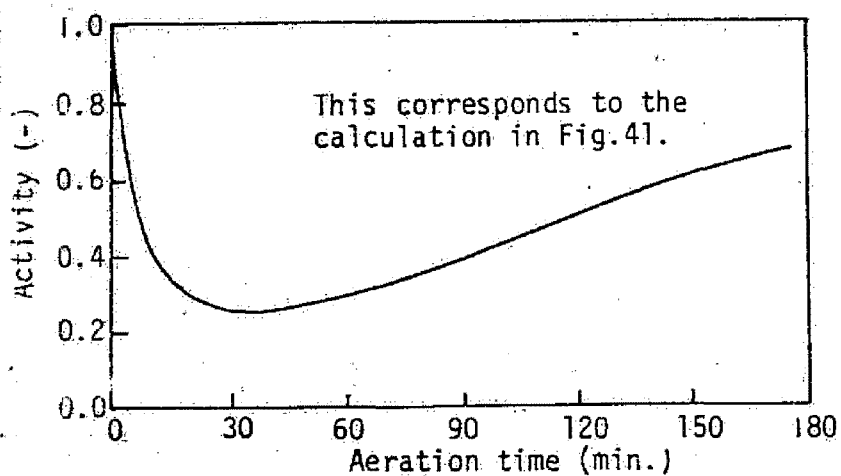
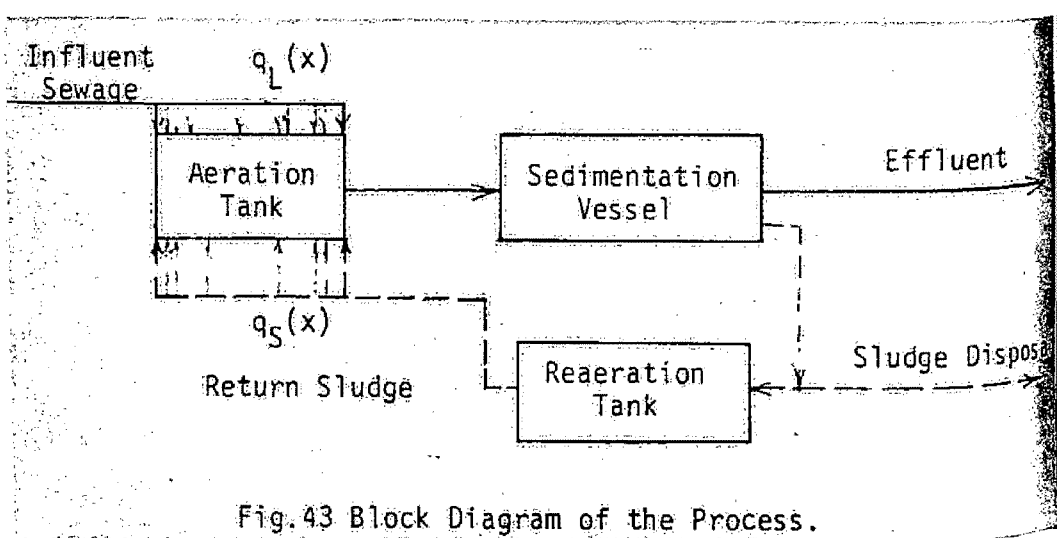


Fig.42. Change of the activity with time.



$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E_A \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (U_A \cdot S) + \phi_S + \phi_S(x) \frac{S_I}{A}$$

(1-119)

$$\frac{\partial (\lambda S)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E_A \frac{\partial \lambda S}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (U_A \cdot \lambda S) + \phi_\lambda$$

$$+ \phi_S(x) \frac{\lambda_I S_I}{A}$$

(1-120)

$$\frac{dU_A}{dx} = \frac{1}{A} (\phi_L(x) + \phi_S(x))$$

(1-121)

ここで  $E_A$  ,  $U_A$  : それぞれエアレーションタンク内の混合拡散係数

および流速

$x$  : 流れ方向距離 ,  $A$  : 断面積 ,  $L_I$  : 流入基質濃度  $S_I$  : 返送汚泥濃度

$\lambda_I$  : 返送汚泥活性度

$$\phi_L = \left( \frac{dL}{dt} \right)_B = -\mu \lambda S L + \beta b S$$

(1-122)

$$\phi_S = \left( \frac{dS}{dt} \right)_B = \mu \lambda S L - b S$$

(1-123)



$$\phi_{\lambda} = \left( \frac{dS \cdot \lambda}{dt} \right)_B = \phi_{S-m} - \lambda S L + K (1 - \lambda) S \quad (1-124)$$

Suffix B は Batch test における変化速度を意味し,  $q_L(x)$ ,  $q_S(x)$  はそれぞれ流入基質および返送汚泥のエアレーションタンクへの注入分配関数を示す。

〔沈殿池に対して〕

$$\frac{\partial S_f}{\partial t} = E_S \cdot \frac{\partial^2 S_f}{\partial x^2} - U_S \cdot \frac{\partial S_f}{\partial x} + \phi_{SS} \quad (1-125)$$

ここに  $S_f$  : 残留浮遊物質の濃度,  $E_S$ ,  $U_S$  : それぞれ沈殿池内の混合係数と流速

$$\phi_{SS} = \left( \frac{dS_f}{dt} \right)_B = - \frac{V_S}{H} \cdot (1 - 0.81e^{-1.2E_S}) S_f \quad (1-126)$$

〔再エアレーションタンクに対して〕

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E_R \cdot \frac{\partial S}{\partial x} \right) - U_R \cdot \frac{\partial S}{\partial x} + \phi_S \quad (1-127)$$

Parameter	unit	Aeration Tank				Sedimentation vessel		Reaeration tank		BOD/Sludge ratio
		$Q_L(x)$	$Q_R(x)$	$T_A$	$E_A$	$T_s$	$E_s$	$T_R$	$E_R$	
(1) Conventional method		$Q_L \delta(x)$	$Q_R \delta(x)$	4-6hr	$E_A$	3-4hr	$E_s$	0	—	Moderate
(2) Tapered aeration		.	.	.	$E_A(x)$	.	.	0	—	.
(3) Step aeration		$\frac{Q_L \delta}{m} \left( x - \frac{1}{m} \right)$	.	2.5-4 hr	$E_A$	.	.	0	—	.
(4) High rate		$Q_L \delta(x)$	.	$T_A$	.	$T_s$	.	0	—	High
(5) Biosorption		.	.	03-05 hr	.	ca. 1 hr	.	Long	$E_R$	Moderate
(6) Complete mixing		.	.	Short	$\infty$	$T_s$	.	0	—	.
(7) Total oxidation		.	.	Long	$E_A$	.	.	0	—	.

Table 8 Classification of Process Modifications for the Activated Sludge Process

$$\frac{\partial (\lambda S)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( E_R \cdot \frac{\partial (\lambda \cdot S)}{\partial x} \right) - U_R \cdot \frac{\partial (\lambda \cdot S)}{\partial t} + \phi_\lambda \quad (1-128)$$

ここに  $E_R$ ,  $U_R$  : それぞれ再エアレーションタンク内の混合係数および流速,  $\phi_S$ ,  $\phi_\lambda$  : エアレーションタンクの場合と同じでただ  $L$  をほぼ零とおけばよい。

以上式 (1-118) ~ (1-128) が Fig. 43 のプロセスに対する基礎式を与え, これらにより必要とする基礎式がすべて得られたことになる。あとは境界条件および初期条件が与えられれば, 必要とする解が得られる。

ところで基礎式中には, 設計および操作条件により変るいくつかのパラメーター  $E_A$ ,  $E_S$ ,  $E_R$ ,  $U_A$ ,  $U_S$ ,  $U_R$  と分配関数  $q_L$ ,  $q_S$  とを含んでいる。そこでこれらを適当に与えることにより, これまで知られている種々の変法プロセスを分類, 表現してみる。Table 8 に要約して示したように基礎方程式中のパラメーターを適当に選定することにより, 種々の変法プロセスが同じ基礎式で統一的に表現されることがわかる。したがって一見違ったようにみえる各変法が同一の基準で比較できることになり, どのような条件の下ではどの変法が適切なのかという検討もこれによって可能になる。さらに, この式のパラメーターの値を連続的に変動させて, 処理効果を計算してみることに

より，従来からの高負荷と低負荷運転とか，完全混合と押出し流れ操作など，ある操作，設計変数に対して極端な状態を知るだけでなく，その中間の条件をも連続的に知ることができる。これによってどこかその変数の中間状態に最適な条件の存在が見出せるかもしれない。

## 第 7 章 結 論

本編では活性汚泥水処理プロセスの最適設計操作条件を求めるための数式的基礎をうることを目標に，プロセスを構成する各単位操作の数式表示について理論的，実験的に検討した。その結果を要約して挙げると，

- ① 沈殿池特性を表示する新たな拡散モデル，および循環流モデルを提示しこれを実験によって裏付けした。これらは従来の諸表示に比べ簡単でしかも沈殿池特性をよく表現しているといえようがまだ多くの未解明の点があり，将来この両者を統一した一般的な表示にまで展開させねばならない。
- ② Mixed liquor の沈殿池での複雑な挙動を単純化するため，初期沈降除去と残留浮遊物沈降過程に分けて取扱うことを考えた。これにより簡単で，比較的合理的な沈殿除去表示が可能となり，先の新たな沈殿池表示が Mixed liquor にも適用出来ることがわかった。
- ③ 活性汚泥の特性を表示するため，活性度という概念を導入し，

これが簡単な基礎式に従い変化することを仮定した。このモデルによって、エアレーションタンク，再エアレーションタンク両装置内での生物化学反応の状態を同一の式でしかも一層合理的に表示しうることを示した。

- ④ 拡散モデル表示に，ここで得た新たな生物化学反応速度過程表示を導入することにより，エアレーションタンク，再エアレーションタンクが同一の形の式で簡単に表示された。これと合せて沈殿池モデルを用い，そこに含まれるモデルパラメーターを適当に選ぶことにより，種々の変法プロセスが統一的に表示されうるような一般のプロセスモデルを提示した。

以上の結果に基づけば各種活性汚泥プロセスの変法を比較検討し種々の操作条件の基でのプロセスの最適設計，操作の検討が定量的におこなえるものと考えられ，これについての検討は第Ⅱ編でおこなう。

References in Part-I

- 1 Ikeda I., Jr. Japan Sewage Works Assoc. 3, 20,p.31  
(1966)
- 2 Nishimura H. and Yagi S.,Preprint of 30 th.Annual  
Meeting of Japan Society of Chem.Engg.(1965)
- 3 Rudd D.F.,AIChE Jr. 14,343(1968)
- 4 Himmelblau D.M. and Bischoff K.B., "Process Analysis  
and Simulation" John Wiley and Sons,N.Y.,London(1968)
- 5 Levenspiel O., "Chemical Reaction Engineering" John  
Wiley and Sons N.Y.,London P.413 (1962)
- 6 Kramers H. and Alberda G., Chem. Engg. Sci.2,P173  
(1953)
- 7 Takamatsu T. and Sawada T.,Jr.of Japan Assoc.of  
Automatic Control Engrs. 30, 11 P.1025 (1966)
- 8 Schmid L.A., Field Evaluation of Aerators in  
Activated Sludge Systems,23rd.Purdue Ind.Waters  
Conf., Indiana May (1968)
- 9 Hidaka K., "The Problem of a flow in a lake caused  
by wind" Applied Integral Equation(1943)
- 10 Nakagawa Y., Jr. of Japan Water Works Assoc,No.257  
P.21 & No.258, P.9 (1956)
- 11 Miyauchi T.and Vermeulen T., I & EC Fundamentals.2  
4, pp.304-310 (1963)
- 12 Hazen A., ASCE Trans. 53, P.53 (1904)

- 13 Hydraulics handbook by Japan Society of Civil Engg.  
(1963)
- 14 Stukenberg J.R. and Hansen S.P., Paper No.22  
Presented at the 156th National Meeting of Amer.  
Chem. Soc., New Jersey, Sept. (1968)
- 15 Fair G.M. and Gayer J.C., "Water Supply and Waste  
Water Disposal, John Wiley, N.Y. (1945)
- 16 Dobbins W.E., ASCE Trans. 69, pp. 235-262 (1944)
- 17 Goda T., Memoirs Fac. Engg. Kyoto Univ. No.4 pp.253  
- 262 (1954)
- 18 Yoshioka N., Doctor Thesis of Dept. of Chem. Engg.,  
Kyoto Univ.
- 19 Camp T.R., ASCE Proc., 71 (1945)
- 20 Keith J.S., I & EC Fundamentals, 5, 1 Feb. (1966)
- 21 Ward H.T. and Kammermeyer K., I & EC 32, No.5, p.663  
(1940)
- 22 Vanoni V.A., ASCE Trans. Paper 2267. June (1944)
- 23 Replogle J.A. and Chow V.T., ASCE Proc. Hy 2 Mar.  
(1966)
- 24 Lee E.S., "Quasilinearization and Invariant  
Imbedding, Academic press. N.Y. (1968)
- 25 Harlemann F., Jordaan M. and Lin D., MIT.  
Hydraulic Laboratory Technical Report No.31 (1958)
- 26 Van der Laan E. T., Chem. Engg. Sci. 7, 187 (1958)

- 27 Smith T.N. and Tait R.W.F., Chem. Engg. Sci., 21 pp.  
63-75 (1966)
- 28 Levenspiel O., "Chemical Reaction Engineering,"  
John Wiley and Sons, Inc. N.Y. (1962)
- 29 Levenspiel O. and Bischoff K.B., I&EC 51, 1431 (1959)
- 30 McKinney R.E., ASCE Proc. SA3 pp. 87-110 May (1963)
- 31 Murphy K.L. and Timpany P.L., ASCE Proc. SA5 Oct.  
(1967)
- 32 Matsumoto J. and Onuma M., Jr. Japan Sewage Works  
Assoc. 5, 46, Mar. (1968)
- 33 Goda T. and Nakanishi H., Memoirs of the Faculty  
of Engg., Kyoto Univ., XXVII Part 1. Jan, (1965)
- 34 Krenkel P.A. and Orlob G.T., ASCE Proc. SA2
- 35 Michaelis and Menten, Biochem. Z., 49, 333 (1913)
- 36 Fair G.M. and Moore E., Sewage Works Jr. 4, P. 429  
(1932)
- 37 Iwai S. and Kitao T., JSCE Trans., No. 159, Nov.  
(1968)
- 38 Eckenfelder W.W. and Tichler L.F., Int. Jr. Water  
Research 2, 1, pp. 54 - 58 (1968)
- 39 Bucksteeg W., 3rd. Int. Conf. on Water Poll. Res.,  
Munich (1966)
- 40 Lenhard G., Nourse L.D. and Schwartz H.M., 2nd  
Int. Conf. on Water Poll. Res., Tokyo (1964)



- 41 Farkas P., Int. Jr. Water Research, 2, pp.47 - 94  
(1968)
- 42 Hashimoto S. and Fujita M., Water Purification and  
Liquid Wastes Treatment, 10, 2 , p.15(1969)
- 43 Siddiqi R.H. et al., 'Advances in Water Poll.  
Research. ' p.353 (1966)
- 44 Fair G.M. and Moore E.W., Sew. Wks. Jr. 4, 429  
(1932)
- 45 Eckenfelder W.W. and O' Connor D.J., 'Biochemical  
Waste Treatment' The Macmillan Company (1961)
- 46 Rich L.G., Unit Processes of Sanitary Engineering  
John Wiley and Sons, N.Y. (1963)
- 47 Rosenbrock H.H. and Storey C., 'Computational  
Techniques for Chemical Engineering' Chapt.8,  
Pergamon Press. (1966)
- 48 Himmelblau, et al., I & EC Fundamentals 6, 4,  
p. 539 Nov. (1967)
- 49 Lee E.S., I & EC Fundamentals 7 ,1, p.152, Feb.  
(1968)

## 第 II 編 活性汚泥プロセスの最適化に関する研究

## 第 1 章 緒 論

第 I 編で提出した活性汚泥プロセス単位操作の数式モデルに基づいて、こゝではその最適操作，設計について主として数値計算により定量的に検討してみる。これまで活性汚泥プロセスをも含めて廃水処理操作全般の最適化についてなされた研究は極めて少ないが，近年電子計算機の発展と最適化の数学的手法の発達に伴ない次第にその研究成果が発表されはじめている。たとえば，各種の水処理法の中から所与の条件の下に最も経済的な操作の組合せを見出す方法論についてダイナミックプログラミングを用いて検討した Evanson らの研究〔1〕や，さらに放流先の条件をも含めて水処理プロセスの総合的な経済性を考慮した Shih 〔2〕の研究がある。最近では活性汚泥法についてその数式表示に含まれる不確定パラメーターの変動が最適性にどのような影響を与えるかという感度解析をおこなった Chen 〔3〕の成果もみられるが，いずれも各単位操作の数式モデルに関しては現象面に対する考察が十分でなく，単なる数式上の展開に止まらざるを得ない一面をもっている。一方最適化の検討に必要な基礎データの収集には Smith の業績〔4〕が挙げられよう。そこでは米国でこれまでに建設された代表的な廃水処理プラントの建設費を各装置容量に対してプロットし，その間の関係が数式化されている。これは建設コスト最少という目的で最適化を図る場合の貴重な情報を与える。ところで本研究と同じ分野に属すると思われるものには Fan 〔5〕による曝気槽の最適分割に関する検討〔5〕がある。まだ多くの問題点を含んでいるが一つの興味ある成果といえよう。

一般に或るプロセスの最適化を考える場合，次の諸点を明確に規定しな

ければならない。

- i 基礎プロセス方程式の妥当性とその適用範囲
- ii 目的関数の選定
- iii 束縛条件
- iv とりうる操作，設計変数とその変域
- v 用いる最適化の数理手法
- vi 解の物理的意味

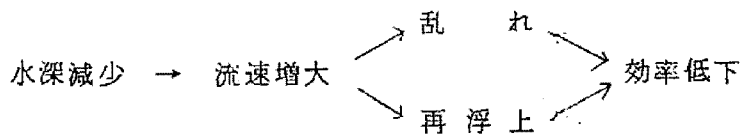
こゝで対象とする活性汚泥プロセスでは，プロセス方程式自体がまだ確立されていない上に，プロセスへの種々の入力の変動域も大きく，また現時点では操作，設計変数の選定もむづかしい。こゝでは主として各装置の容積を設計変数に，また汚泥の返送率を操作変数にとった。さらに目的関数についても現在最終的な，建設費と操作費用の和を定式化するには情報が非常に不足しているので，当面合理的と考えられるいくつかのものを採用し，それぞれに対して異なる結果が得られた。最適化の数理手法については近年の計算機の発達と相俟って種々の巧みな方法が見出されているが，ここでは最終値そのものより，むしろその近辺の解の変化の様子や，その物理的意味を考察することを目的としているため，手法としては初歩的なパターン探索法を採用した。なお最適計算結果は単に回分実験データから得たパラメーター値に基づいて数値計算で求めたもので，まだこれに対する実際の，ないしは実験的裏付けはない。これは今後に残された問題である。

## 第 2 章 沈殿池最適形状に関する一考察

### 第 1 節 概 説

最も単純に理想沈殿池の理論に従えば、効率は一定の流入量  $Q$  を処理する場合主として池の表面積のみによることは、周知の事実であり、こゝに  $Q/A$  の  $Q/A$  over-flow rate (流量/表面積) という因子の沈殿池における意義がある。この理論結果は、水深は除去効率に無関係ということの意味する。

即ち、水深は、どれほどでも浅くすることが可能の様に見えるが、このことは感覚的にも認め難い事実であろう。これに対し、納得のいく説明は、これまでのどの表示式によっても与えられない。この間の事情については既に第 I 編第 3 章で詳述したので上述の疑問に対する結論のみを要約して述べる。処理量と池表面積一定の条件下では水深を減少させることによる効率への影響は、



という過程が考えられよう。したがってどこまで水深を減らせるか、即ち最適水深を決定する為には上記の関係が正しく定式化されねばならない。残念ながらこの点に関しては、まだ解明が不十分で次に述べるように

再浮上現象についてはいくつかの仮説がみられるが、末だこれという決定的なものはない。以下ではそのいくつかを比較検討し、その内の一つを採用した上で果して最適水深は存在するか、あるとすればどの辺りにあるかを数値計算でしらべてみる。

## 第 2 節 沈殿池内沈降除去および再浮上現象の定量化

再浮上現象に関する従来の研究は、特に河川工学において川床洗掘問題と関連して大いに進められてきた。〔6, 7, 8, 9, 10, 11, 12〕。しかしこれは実験的にも理論的にも多くの困難が伴うために、川床に達した粒子がどのようにして再び水中に上るかという基本的なメカニズムについてさえ次のように異なった説が提唱されている。

i. Impact theory : 粒子に当る流体の衝撃により、粒子が動かされる。

ii. Critical tractive force : 流体の粘性、すなわち摩擦抵抗によって粒子が動かされる。

iii. Hydraulic lift : 底面近傍の圧力差により持ち上げられる。

何れの説が正しいという決め手はなく、上記三つは「慣性」「粘性」「圧力」という流体運動方程式のすべての項が挙げられていることから如何に解明の困難な現象であるかが想像されよう。恐らく対象粒子の性状、川床の状態等多くの要素によって異なると考えられ、Gilbert〔13〕の実験室データによってもこのことが推測される。ここでは

一応 Ingersoll, McKee, Brooks [14] により提言された乱流渦の突風作用による再浮上仮説, 即ち慣性力仮説を採用する。彼らによると垂直方向乱流速度変動値  $\sqrt{T_0/\rho}$  以下の沈降速度の粒子が渦流により再浮上せしめられるとした。すなわち

$$v_f = \sqrt{T_0/\rho} \quad (2-1)$$

ここに  $v_f$  = 再浮上する粒子沈降速度の限界値

$T_0$  = 底辺摩擦力 (単位面積当り)

$\rho$  = 流体の密度

さらに  $T_0$  を水路平均流速  $u$  の関数で表わすと

$$T_0 = \frac{f}{8} \rho u^2 \quad (2-2)$$

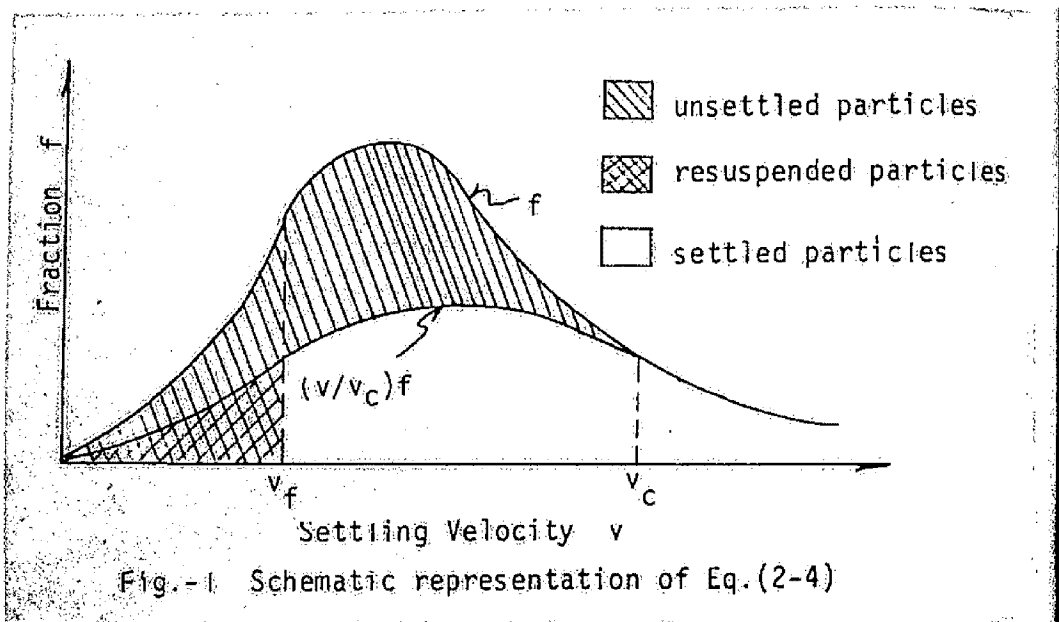
ここに  $f$  = Darcy の摩擦係数 (0.025)

$$\text{したがって } v_f = \sqrt{\frac{0.025}{8}} u = 0.00556 u \quad (2-3)$$

なる簡単な関係が得られる。

一方沈降除去式としては粒子分布を考慮して導かれた Camp 式を採用する。

Camp の除去効率式 (1-39) に (2-3) 式を加味すれば除去効率  $\xi$  は次式で表わせよう。





$$\xi = \int_{v_f}^{v_c} \left( \frac{v}{v_c} \right) f(v) dv + \int_{v_c}^{\infty} f(v) dv \quad (2-4)$$

ここに  $f(v)$  = 粒子沈降速度分布

$v_c$  = 水深／滞留時間，（これ以上の沈降速度の粒子はすべて沈むという限界値）

$v$  = 粒子沈降速度

（2-4）式の意味を Fig. - 1 に模式的に示す。

今，流量と槽容積を一定として，水深を浅くしていくと流体の線速度  $u$  はそれに反比例して増大する。したがって（2-3）式から浮上する粒子沈降速度の限界値  $v_f$  も増大する。

即ち次第に大きな粒子も浮上する様になる。一方水深が小さくなると浮遊粒子は底面に達し易いということになり，（ $v_c \rightarrow$  小），この面では除去にとって望ましい。よってこの二つの効果のかね合いから除去効率（Fig. 1 中の白地部分の割合）が最大になる水深が存在するであろうと予想される。これを次に数値計算例によってしらべてみる。

### 第 3 節 数 値 計 算 結 果

計算例として一般的と思われる設計条件を与える。

処理水量：  $Q = 6\,200 \text{ m}^3/\text{時}$ ，滞留時間：  $T = 3 \text{ 時間}$ ，

槽巾：  $W = 30 \text{ m}$

粒子沈降速度分布： Fig. 1 に示す分布型をもち，その平均値は

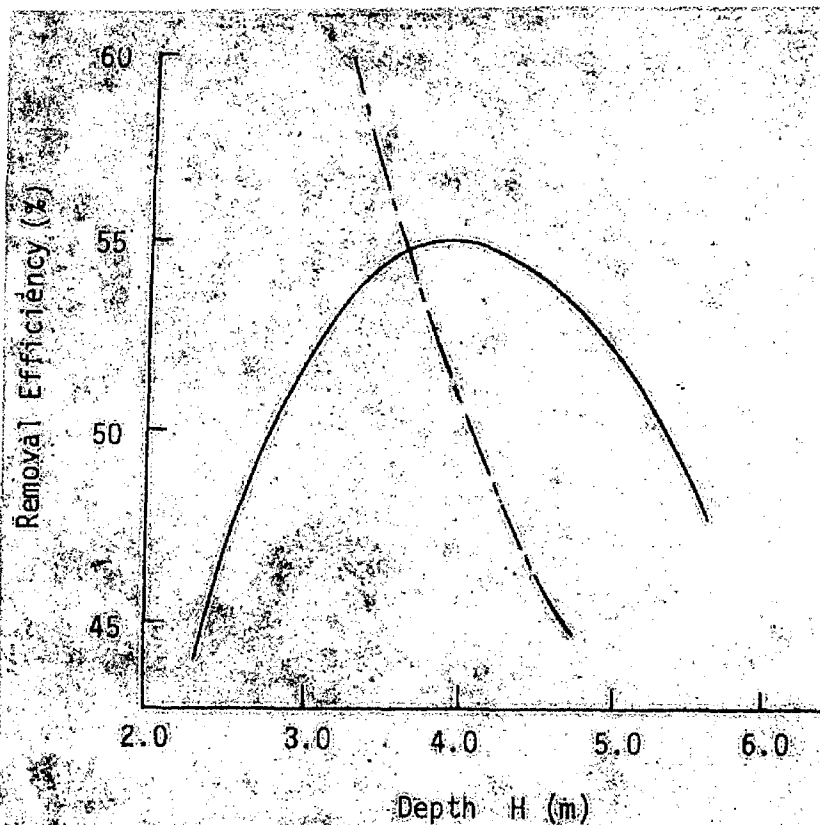


Fig.2. Change of removal efficiency with tank depth

0.7 m/hr とする。

以上の条件の下に水深を変化させた場合(2-4)式で与えられた効率 $\xi$ がどのように変化するかを計算してみる。この場合流量 $Q$ と滞留時間 $T$ が一定という条件なので池の容積 $V$ もまた $V=QT=6200 \times 3=18,600 \text{ m}^3$ と一定である。そこで水深を減少させると、これに反比例して槽長が長くなる。

$v_c$ ,  $v_f$  を独立変数である、水深のみの関数で与えると、

$$v_c = H/3 \quad (\text{m/hr}), \quad v_f = 11.49/H \quad (\text{m/hr})$$

となる。

以上の条件でおこなった(2-4)式の数値積分の結果を Fig. 2 に実線で示す。一方鎖線は、平均沈降速度 0.7 m/hr を用いて理想沈殿の仮定(再浮上が起きないとした場合)に対し求めた効率で、これは極めて単純に水深に反比例し、浅いほど、効率は単調に上昇する。一方再浮上を考慮した計算結果はある程度以下の水深では、却って効率が急激に低下することを示している。勿論これは再浮上に由来するもので、この場合、水深 3.6 m 近辺が再浮上と除去率の兼ね合いから効率の最大になる点であることが分る。まだ再浮上現象の正確な定式化が出来ない現在、ここでの計算結果が値として正しいとは主張し難いが、水深がどれほどでも浅くしうるかという疑問に対する一つの解答を与えるもので、将来、再浮上現象が正しく数式表示されるようになればこれを用いて精度の高い最適水深の値が算出され得よう。

### 第 3 章 曝気槽の最適混合度に関する一考察

#### 第 1 節 概 説

曝気槽の操作変数の一つに混合度を考えることが出来よう。

一般に混合が流通操作の効率に及ぼす影響は、次の二つに分けて考えられよう。

- i ) 装置内の流体要素の滞流時間分布を変えることによる影響、
- ii ) 装置内で目的としている移動現象の進行速度に対する影響。

i ) は流系に対する流動モデルがそれを表現するが、ii) は目的とする速度過程と流体混合の関係が個々に把握されなくてはならない。ここで対象とする生物化学酸化反応に対して、流体乱れがいかなる影響を及ぼすかについては、殆んど解明されていないので、その間の定量的な関係はまだ利用出来ない。これまで発表された曝気槽混合に関するいくつかの研究〔15, 16〕は、i ) のみを考えたもので、ii) についてはこれを無視しているためまだ結果はきわめて不十分なものと言わざるを得ない。ここでは最適化の第一歩として曝気槽のみの効率を目的とした場合の、最適混合度を検討する。このため i ) については混合モデルの混合係数でこれを表現し、ii) については、可成り大胆な定性的検討から、ある関係を導きこれを用いた。

## 第 2 節 生物酸化反応に対する流体混合の影響

微生物反応による，ばっ気槽内の BOD 減少過程は，これまで数多く回分反応テストが行なわれ，その表示として一次反応形式，または触媒反応式に類似した表現等が提示されていることは述べた。これまでも解析上の利点から，一次反応式表示〔17〕がよく用いられている。

これは次のように書ける，

$$\frac{dL}{dt} = -K_A L \quad (2-5)$$

ここに  $K_A$  = 反応速度係数

ここでも以下この表示にもとづいて考察を進める。さてこの場合生物化学反応による BOD 除去過程が，混合のある流れ系内で進行する時，きわめて例外的な混合状態でない限り，混合が良好であるほど除去過程が進行しやすいと推測される。ここでいう混合とは，あらゆる方向の局所混合がすべて同等に問題となる。したがって乱れの等方性を仮定し，流れ方向混合拡散係数  $E$  をもって代表混合度表示としてとるならば，反応速度係数  $K_A$  と混合との関係は一応つぎのように表現できよう。

$$K_A = K_0 (1 + B_3 e^{-B_4/E}) \quad (2-6)$$

式 (2-6) の関係は，これを正しく定量的に記述するには生物化学反応機構の今後の解明にまたねばならないが，現在までに得られている結果をもとに，以下に述べる考察によって得たものである。

- ① ばっ気槽におけるBOD除去過程を活性汚泥が触媒的働きを行なう汚染物質と酸素との異相系反応と考えると，固体触媒異相系反応に対する速度表示〔18〕が適用でき，この場合過程の抵抗Rは Kinetics で得られる反応系固有の酸化反応過程，酸素供給および生成物質除去の物質移動過程のそれぞれの抵抗  $R_R$ ， $R_0$ ， $R_P$  の直列結合として，

$$R = d_1 R_R + d_2 R_0 + d_3 R_P \quad (2-7)$$

のように表現できよう。

- ② 上記の諸過程のうちで混合が影響をおよぼすのは主として物質移動の過程 ( $R_0$ ， $R_P$ ) に対してであり，〔19，20〕これについては従来から化学工学の分野で数多く行なわれた実験結果から推定できる。たとえば山口〔21〕によると通気かくはん槽における吹込ガス速度  $u_G$  と物質移動抵抗  $R_0$  または  $R_P$  との間に  $R_0$  (または  $R_P$ )  $\sim d_4 u_G^{d_0}$  という関係があることを示している。一方  $u_G$  と混合拡散係数  $E$  との関係の一例が bubble-cup 塔に対し  $E^{0.5} = d_5 + d_6 u_G$  と与えられている〔22〕。したがって  $E$  と  $R_0$  の関係は  $1/R_0 \sim E^{d_0/2} + d_7$  となり，これから物質移動過程の進行速度は混合の増大により単調に増大する関数であることがわかる。

- ③ 総括抵抗  $R$  のうちどれが律速過程であるかを示す係数  $d_1, d_2, d_3$  について検討する。最近BOD除去に対する混合の働きを調べるために行なわれた実験例〔23〕から少なくとも混合がなんらかの影響をもつことは確認されている。この事実から  $R$  に占める

$R_0, R_p$  の割合は無視小ではないこと，すなわち  $d_2 + d_3 \ll d_1$  ではないことが認められたといえる。

以上の検討にもとづき

$$\frac{1}{K_A} \sim R \sim \frac{d_8}{E^{d_0/2} + d_7} + d_9 \quad (2-8)$$

したがって  $K_A$  と混合の関係は

$$\begin{aligned} K_A &= \frac{1}{d_9} \left\{ 1 - \frac{d_8/d_9}{E^{d_0/2} + (d_7 + d_8/d_9)} \right\} \\ &\simeq K_0 (1 + B_3 \cdot \exp(-B_4/E)) \end{aligned} \quad (2-9)$$

ここに

$B_4$  : 上の近似式を成り立たせるように定めた係数

$$K_0 = \frac{d_7}{d_8 + d_7 d_9}, \quad B_3 = \frac{1}{d_7 d_9}$$

$d_0, d_1, \dots, d_9$  : 現象から定まる係数

このように多くの仮定の下に立てた式(2-6)については種々疑問もある。たとえばあまり混合が強いと形成された汚泥塊が破壊されるため，反応進行が急変すること考えられ，これらに関しては，今後の実験的裏付けが必要であろう。

### 第 3 節 曝 気 槽 定 常 効 率

一次元拡散モデルにもとづく基礎式を無次元化すると定常状態に対し基質濃度  $L$  は次式で与えられる。

$$\frac{d^2 L}{d\eta^2} - P_e \frac{dL}{d\eta} - P_e \varphi(L, E) = 0 \quad (2-10)$$

$$\text{境界条件は } \eta = 0 \text{ にて } \frac{dL}{d\eta} = P_e (L-1)$$

$$(2-11)$$

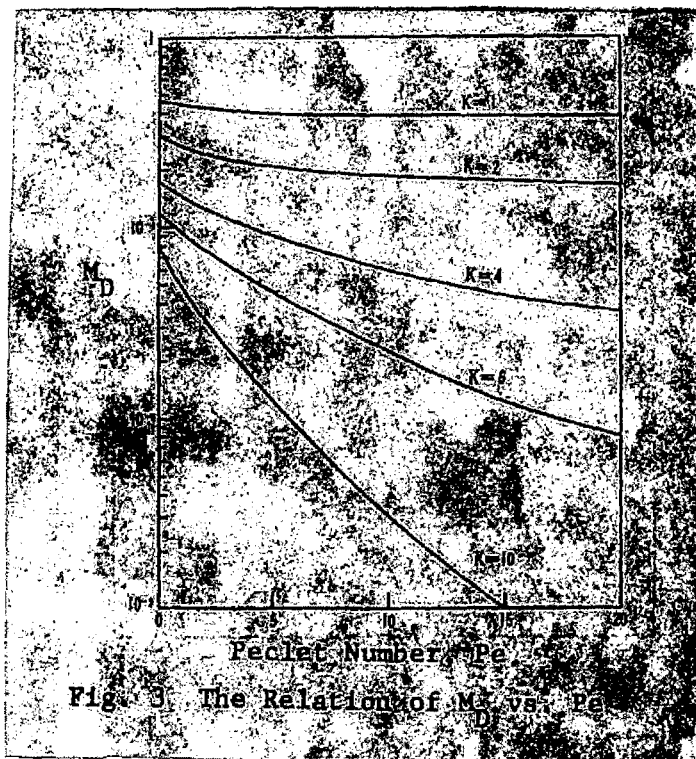
$$\eta = 1 \text{ にて } \frac{dL}{d\eta} = 0$$

$$\text{ここに } \eta = \frac{z}{l}, \quad P_e = \frac{u l}{E}, \quad \varphi = T \phi,$$

という無次元量， $E$  は混合拡散係数。

さて除去過程表示  $\varphi(L, E)$  については，これまでいろいろ検討してきたが，無次元化した基礎式 (2-10) では，すでに  $E$  は  $P_e$  ( $u l / E$ ) の形で，無次元量としてまとめられているため，混合度パラメーターを一つに統一するのが取り扱いに便利である。そこで式 (2-10)，(2-11) においても等方性乱れの仮定で  $E$  を代表パラメーターにとる。その局所的な混合度パラメーターとしての混合拡散係数  $E$  を近似的に装置全体の総括的な混合度パラメーター  $P_e$





で表示することにすれば  $\phi$  と  $K_A$  は次式のように書き換えられる。

$$\phi(L, E) = K_A L \quad (2-12)$$

$$K_A = K_{A0}(1 + B_7 e^{-B_8 P_E}) \quad (B_7, B_8 > 0 \text{ なる定数}) \quad (2-13)$$

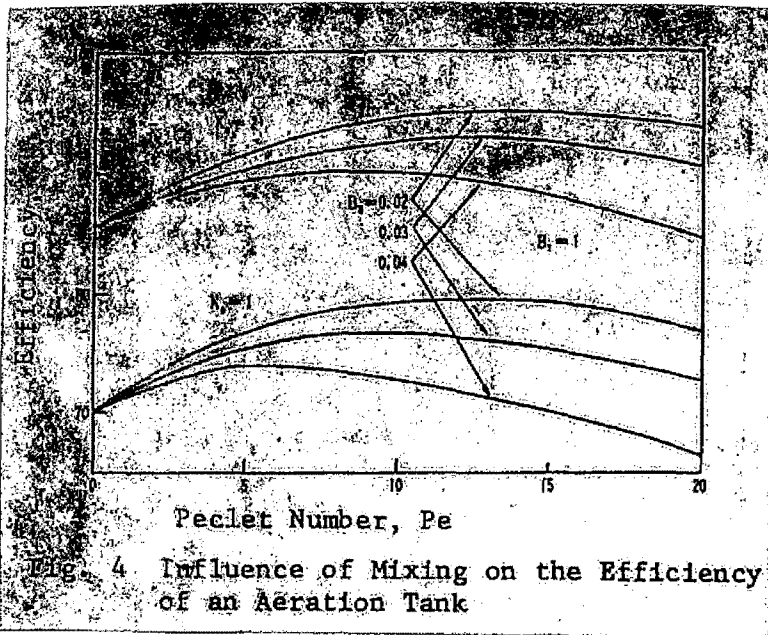
よって(2-10)式は線型微分方程式となる。そこで境界条件式(2-11)のもとに解くと残留率は次式で表わされる。

$$L_{II}/L_I = \frac{P_E (\alpha - \beta) \exp(P_E)}{\alpha^2 e^\alpha - \beta^2 e^\beta} \quad (2-14)$$

$$\text{ここに } \alpha, \beta = \frac{P_E}{2} (1 \pm \sqrt{1 + 4K_A/P_E})$$

いま式(2-14)の性質を検討するため、 $K_A$ を一定にした場合の  $P_E$  と残留率式(2-14)の関係を示したものが Fig 3 である。これは緒言で述べた混合の2つの作用のうち i) の作用について調べたもので、 $P_E$  の増大が滞留時間分布を分散の小さい形とし、その結果効率を上昇させる作用を示しているが、この間の事情は反応器の収率に対する滞留時間分布の関係としてすでに十分検討されてきたので詳細は文献〔24〕にゆづる。Fig 3の結果と、 $K_A$ を混合度の関数と考えて ii) の作用をも考慮した場合の結果とを比較することにより i), ii) 二つの作用が同時に働いた場合、その総合的な影響が、ばう気槽の効率にどう現われるかを知ることができる。

曝気槽効率に及ぼす混合の総合的な作用をしらべるために、(2-



14) 式に (2-12), (2-13) 式を代入して数値計算をおこなったものの一例を Fig. 4 に示す。この図から明らかに、ある混合度において効率の最大になる点の、現われることがわかる。これは混合度の増大により、i) の作用が Fig-3 に示すような、状態で効率を低下させるに反して、一方 ii) の作用が曝気槽内生物化学反応を促進し、これが効率上昇側の働きをするため、この両作用のかね合いから生ずるものである。このことは曝気槽混合について、最適な操作条件が存在するという興味ある可能性を示している。

#### 第 4 節 要 約

曝気槽を対象とし、その最適操作を行なう上に重要な混合特性を拡散モデルを用いて表示した。ところが混合は生物化学反応それ自身の進行にも影響することが考えられ、この関係をある仮定のもとに定式化して導入した。これにより混合の滞留時間分布、および反応速度のそれぞれに及ぼす相反する作用のかね合いから、効率を最大にする混合度、すなわち最適操作条件の存在する可能性が数値解析により見出された。しかしここで用いた諸係数値はまだ現象に基づいたものではないこと、更に混合のもう一つの重要な流入変動を緩和する働きについては考慮していないことにより、ここでの結果は混合の効果の一面を捉えたにすぎず特定の条件下での最適混合度の存在を予測したにすぎないことを明記しておく。

## 第 4 章 曝気槽，沈殿池システムの最適化

### 第 1 節 概 説

活性汚泥システム全体の最適化を検討するための第一段階として，本章では曝気槽と最終沈殿池の二つの単位操作の組合せシステムに対してその最適性を考察する。この二つの装置は活性汚泥プロセスの中で主たる役目を果しており，多くの変法プロセスもこれに対する修正が加えられたものがほとんどである。ここでの最適化とは具体的には両槽の全体積又は全建設費を最少にするという目的関数の下に，曝気，沈殿両槽の容積比はいかにし，その場合の汚泥返送率はどの程度であればよいかを求めることとする。全体積および全建設費という二つの異なる目的関数に対して，得られた結果にどのような差異が出てくるかは興味ある問題である。本章での結果は前章，前々章，また次章以下の最適化の計算結果と総合してはじめてプロセス全体の最適性を与えることになるので個々に得た結果が全体として見た場合のそれと互いに異なるものである事は当然である。各単位操作ないしはその幾つかの組合せシステムについて別個に検討する意味は，計算上の便もあるが，個別に扱うことにより，一層具体的に最適計算結果の物理的意味を把握しうることにある。

## 第 2 節 数 式 モ デ ル

### 2 - 1 曝気槽表示式

第 I 編第 5 章で述べたごとく，生物化学酸化反応の速度方程式は多種のものが与えられている。そこで新たに活性モデルなるものを提示して，現在これが最も一般的な表示であり得ることを示した。ここでは曝気槽，沈殿池システムを対象としているので汚泥の活性回復過程は第一義的に必要ではない。したがって活性モデルにおいて活性度を一定とした近似式を採用する。

$$\phi_L = \left( \frac{dL}{dt} \right)_B = -kSL + \beta bS \quad (2-15)$$

$$\phi_S = \left( \frac{dS}{dt} \right)_B = a kSL - bS \quad (2-16)$$

ここに  $L$  = 基質濃度 (BOD ppm)，

$S$  = 汚泥濃度 (SS ppm)，

$k$  = 反応速度係数 (1/時)，

$a$  = 基質の微生物体への転化率 (SS ppm/BOD ppm)

$b$  = 汚泥の死滅係数 (1/時)

$\beta$  = 汚泥の基質への転化率 (BOD ppm/SS ppm)

また添字 B は batch kinetics を意味し，BOD，SS はそれぞれ BOD<sub>5</sub>，浮遊物質の全重量を表わす。

(2-15)式の妥当性は最近では Eckenfelder [25] によって改めて示された実験結果からも認められよう。即ち彼の実測によると単一基質の減少過程は零次反応的であるという岩井ら〔第1編37〕と同じ結果を得て、多成分の混合基質についてはその重ね合せから一次反応型速度式で近似しうることを認めている。こゝで対象とする曝気槽は一般的な連続流入型の矩形槽であり、これの混合モデルとしては一次元拡散式がうまく適用できるであろうことを既に第1編で述べた。これを無次元化して書くと、

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = \frac{1}{P_e} \frac{\partial^2 c}{\partial \mu^2} - \frac{\partial c}{\partial \mu} + \varphi \quad (2-17)$$

となる。

ここに  $c$  = 無次元濃度 ( $C/C_I$ )

$\tau$  = 無次元時間 ( $t/T_A$ )

$\mu$  = 無次元距離 ( $x/\ell$ )

$P_e$  = ペクレ数 ( $U\ell/E$ )

$\varphi$  = 無次元化反応速度 ( $\phi T/C_I$ )

$T_A$  = 曝気槽滞留時間

$\ell$  = 槽 長

$U$  = 流 速

$C_I$  = 流入濃度

(2-15), (2-16)式を(2-17)式の速度過程項に代入すると、曝気槽に対する基礎式が得られる。一次元拡散モデル(2-17)式を解くことはそれほど困難ではない。しかし二点境界

値問題としての繰返し計算を必要とし、これを基質と汚泥濃度の二変数について連立させて解くことは面倒であることは間違いない。

そこで計算の便宜上混合状態の二つの極限を考える。

一つは完全混合状態即ち  $P_e \rightarrow 0$ ，もう一方は押出し流れ状態即ち  $P_e \rightarrow \infty$  であり，一般の混合状態はこの両極限の間にある。

そうすると曝気槽の基礎式は

〔押出流れに対して〕

$$\frac{dL}{dx} = \phi_L T_A \quad (2-18)$$

$$\frac{dS}{dx} = \phi_S T_A \quad (2-19)$$

境界条件は  $x=0$  にて  $L=L_0$ ， $S=S_0$

〔完全混合状態に対して〕

$$(L_0 - L) + T_A \phi_L = 0 \quad (2-20)$$

$$(S_0 - S) + T_A \phi_S = 0 \quad (2-21)$$

ここに  $L_0$ ， $S_0$  はそれぞれ曝気槽へ流入する点における基質と汚泥濃度で，流入廃水濃度  $L_I$ ，返送汚泥濃度  $S_R$  と次式で関係づけられる。

$$L_0 = L_I / (1+r) \quad (2-22)$$

$$S_0 = S_R r / (1+r) \quad (2-23)$$



ここに  $r$  は汚泥返送率で流入廃水量に対する返送汚泥量の比と定義する。

## 2-2 沈殿池表示式

沈殿池モデルについては第 I 編で詳しく検討したが、新たなモデルとして (2-17) 式と同じ次元拡散式が合理的であることを示した。そこでは速度項  $\phi$  は

$$\phi = -\frac{v}{H} \{ 1 - 0.81 \exp(-1.20E) \} S_f T_s / S_2 \quad (2-24)$$

のように実験から与えられた。ここに  $S_f$  は最終沈殿池で対象とする上澄水中の浮遊物質濃度、 $T_s$  は沈殿池滞留時間、 $v$  は浮遊物質平均沈降速度、 $H$  は水深である。 $S_2$  は第 I 編で定義した仮想的な沈殿池初期濃度で、これは曝気槽から流出する Mixed Liquor の汚泥濃度  $S_1$  と既に実験的に次式で関係づけられている。

$$S_2 = 2.0 S_1^{0.5} \quad (2-25)$$

ところで沈殿池混合は曝気槽に比べて相当小さく、(2-17) 式で  $P_0 \rightarrow \infty$  とみなして結果にそれほど問題はなかろう。但し同じ混合効果でも (2-24) 式に含まれる  $E$  の影響は無視し得ない。そこで沈殿池に対する基礎式は

$$\frac{dS_f}{dx} = \phi_f T_s \quad (2-26)$$

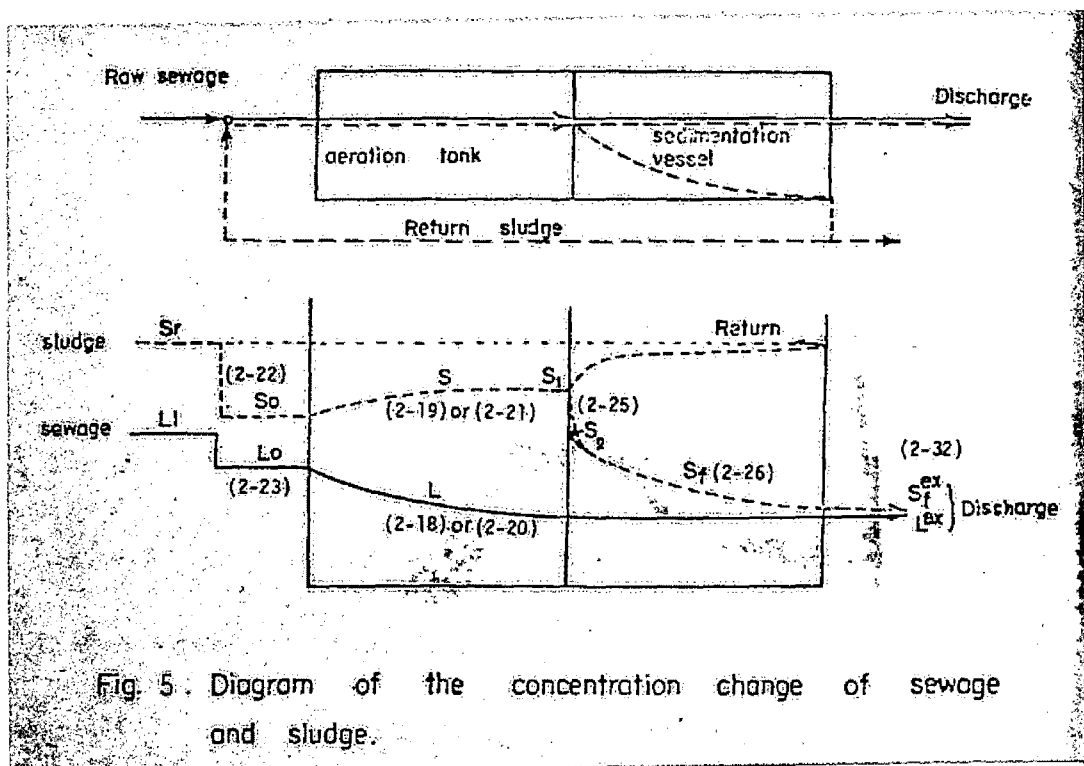


Fig. 5. Diagram of the concentration change of sewage and sludge.

境界条件は  $x=0$  にて  $S_f = S_2$  が与えられる。

ここに

$$\phi_f = -\frac{v}{H}(1 - 0.81e^{-1.20E})S_f \quad (2-27)$$

以上(2-18)式～(2-23)式が曝気槽を、(2-26)、(2-27)式が沈殿池の挙動を規定するプロセス方程式であり、この二つの単位操作が(2-25)式で結びつけられている。そのために一方の挙動が他方に作用し、ここに二つの単位操作を組合せた一つのシステムとして取扱わねばならぬ理由がある。

### 第 3 節 最 適 化

前節で与えたプロセス方程式に基づいて曝気槽，最終沈殿池システムの最適化を検討する。こゝでは最適化の目的関数として二つのものを採用した。一つは両装置の総容積で、これを最小にすることを考える。即ち

$$V_T = V_A + V_S \rightarrow \text{minimum} \quad (2-28)$$

こゝに  $V$  は総容積， $V_A$ ， $V_S$  はそれぞれ曝気槽，沈殿池容積である。もう一つの目的関数には両槽の建設費の和をとり、これを最少にする。即ち

$$C_T = C_A(V_A) + C_S(V_S) \rightarrow \text{minimum} \quad (2-29)$$

ここに  $C_T$  は両槽の建設費の和,  $C_A$  ,  $C_S$  はそれぞれ曝気, 沈殿両槽の建設費で, これらはそれぞれ槽容積  $V_A$  ,  $V_S$  の関数である。この関数関係は Smith [4] によって過去の多くの建設データを基に既に与えられていることを述べたが, ここではそれを採用する。

$$C_A = V_A (175,000 + 36,500 V_A^{-0.818}) \text{dollars} \quad (2-30)$$

$$C_S = A_S (12.60 + 5.35 A_S^{-1}) \text{dollars} \quad (2-31)$$

ここで  $V_A$  は  $10^6$  ガロン,  $A_S$  は沈殿池表面積 ( $V_S / H$ ) で 1000 平方フィートで与えられている。メートル法単位への換算は容易だが, ここでは途中の計算過程は Smith の与えたものをそのまま利用するためにフィート・ポンド法で計算を進め, 求めたい最終結果のみを換算する。

・ 三つの設計, 操作変数を採用する。これらは, 汚泥返送率  $r$ , 曝気槽の容積  $V_A$  および沈殿池の容積  $V_S$  である。

束縛条件には最終沈殿池からの放流水中 BOD が法的に規制された放流基準に合致することという条件を用いる。ところで放流水中の BOD は曝気槽で処理され得ずに出てきた残りの溶解性 BOD と, 沈殿池で完全に分離し切れずに流出してきた残留浮遊物とから成ると考えるのが当然である。したがって上記の束縛条件は次式で表わされる。

$$L^{ex} + m S_f^{ex} = C_{lim} \quad (2-32)$$

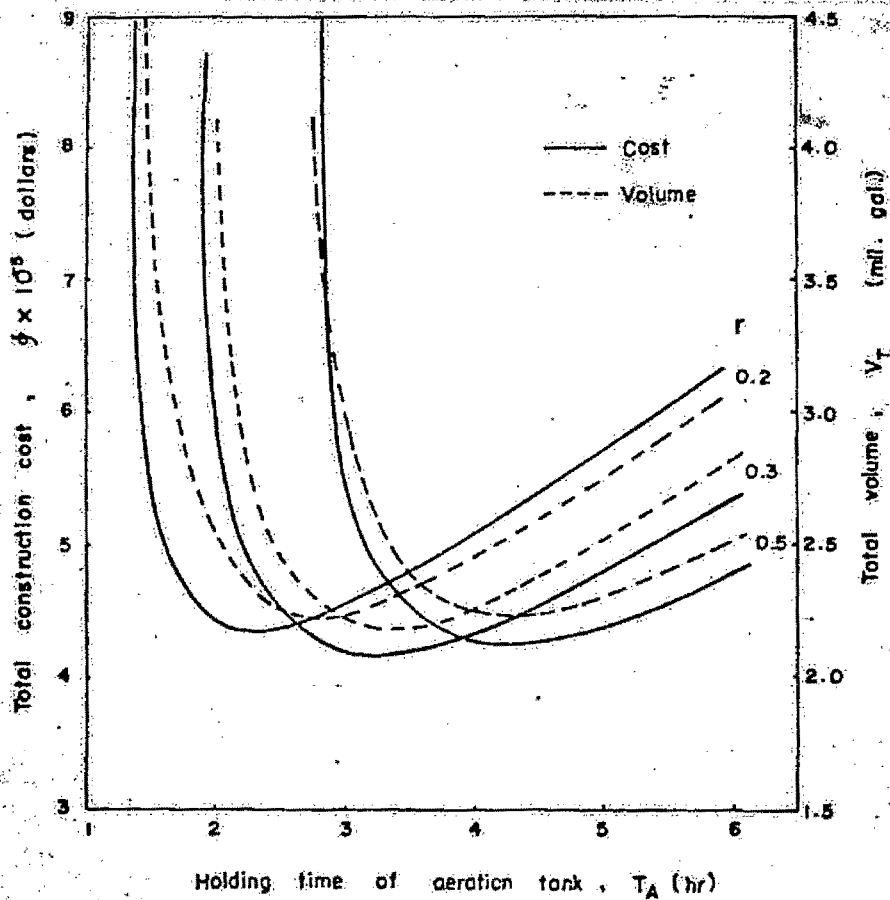


Fig. 6. Construction cost and total volume vs. holding time of aeration tank (piston flow aeration tank).

こゝで  $L^{ex}$ ,  $S_f^{ex}$  はそれぞれ曝気槽よりの溶解性 BOD と、沈殿池からの浮遊性 BOD 濃度で、 $C_{lim}$  は放流基準である。こゝに  $m$  は浮遊物 1 ppm の BOD<sub>5</sub> ppm への換算係数である。

Fig. 5 に対象システムの模式図を示し、こゝに状態変数とこれに対応する各式の番号を与えた。

最適計算手法は巧妙なものがいくつかあり、種々の条件に対して最適結果のみを系統的に得るにはそれらが有効であろう。こゝでは解の挙動をも合せて知る為に、直接的なパターン探索法を採用した〔26〕。

計算に用いるパラメーターには第 I 編での数式モデルの検討で得た結果に基づき次のような値を採用する。

$$k = 0.0005 (1/hr \text{ SS ppm}),$$

$$b = 0.005 (1/hr),$$

$$m = 0.5 (BOD \text{ ppm}/SS \text{ ppm}),$$

$$v = 9.0 (ft/hr)$$

$$a = 0.52 (SS \text{ ppm}/BOD \text{ ppm})$$

$$\beta = 0.7 (BOD \text{ ppm}/SS \text{ ppm})$$

$$E = 1.0 (cm^2/sec)$$

与える設計条件は標準的なものとして以下のようにする。

$$\text{流入廃水流量} \quad ; \quad F = 250,000 \quad (gal/hr)$$

$$\text{流入廃水濃度} \quad : \quad L_I = 300 \quad (BOD \text{ ppm})$$

$$\text{返送汚泥濃度} \quad : \quad S_T = 10,000 \quad (SS \text{ ppm})$$

$$\text{放流基準} \quad : \quad C_{lim} = 30 \quad (BOD \text{ ppm})$$

$$\text{沈殿池水深} \quad : \quad H = 10 \quad (ft)$$

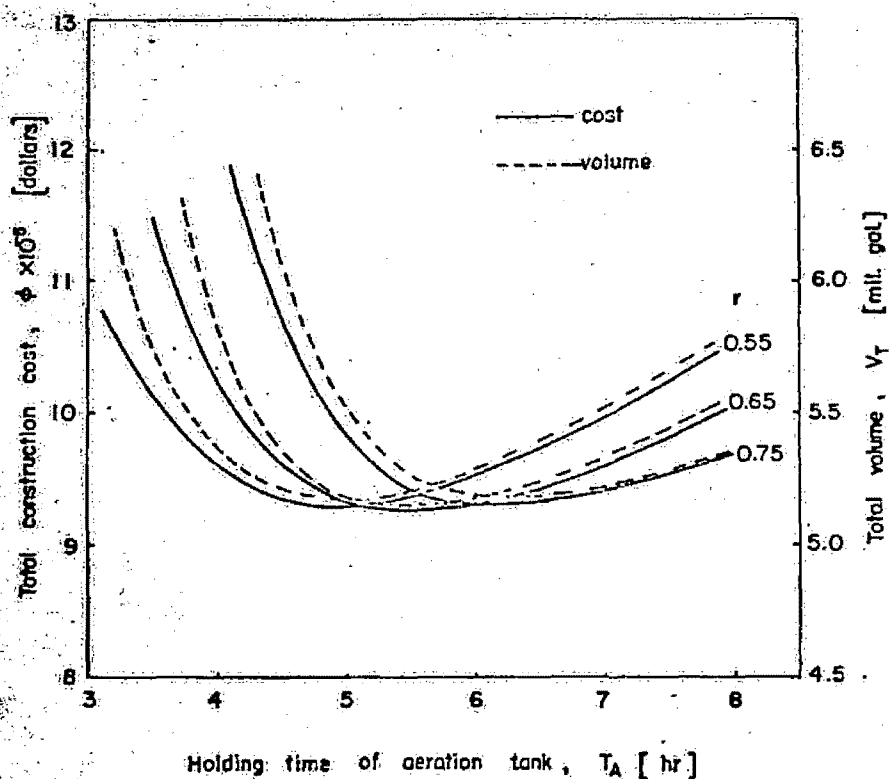


Fig. 7. Construction cost and total volume vs. holding time of aeration tank (perfect mixing aeration tank).

#### 第 4 節 計 算 結 果 と 考 察

計算結果を Fig.6 から Fig.10 までに示す。まず Fig.6は曝気槽が押出し流れとした場合の、その滞留時間変化に対する両槽建設費の和と容積和の変化を示したもので、Fig.7は同じ関係を、曝気槽を完全混合とした場合について示す。これら二つの図からみられる興味深い事実の一つは、異なる二つの目的関数に基づいて得られた結果が、殆んど一致するということである。即ち押出し流れの場合、最適汚泥返送率  $r_{opt}=0.35$  で最適滞留時間  $T_{A\ opt}=3.3$  時間が容積和最小に対して得られ、一方建設費和最小に対して  $r_{opt}=0.31$ ,  $T_{A\ opt}=3.4$  時間が得られた。完全混合曝気槽の場合にも類似の結果がみられ、建設費和最小に対し  $r_{opt}=0.63$ ,  $T_{A\ opt}=5.4$  時間、容積和最小に対し  $r_{opt}=0.66$ ,  $T_{A\ opt}=5.7$  時間である。これらの結果から建設費和というのは、容積和とほぼ等価な目的関数であることが推察される。ところが一方最適性というものは曝気槽の混合状態によって大いに異なることが認められ、しかも容積和でも非常に相違し、完全混合の曝気槽では、押出し流れの場合に比べて、ほぼ2位以上もの槽容積和の必要なことが Fig.8の結果に見られる。Fig.9に設計変数 ( $=T_A/T_S$ ) と操作変数  $r$  に対する建設費和のコンター線を描く。この図は次のようなことをしめしている。即ちもし何らかの操作上の制限条件から計算通りの汚泥返送量を確保出来ない場合、沈殿池に対する曝気槽の比を増すことが望ましいということである。



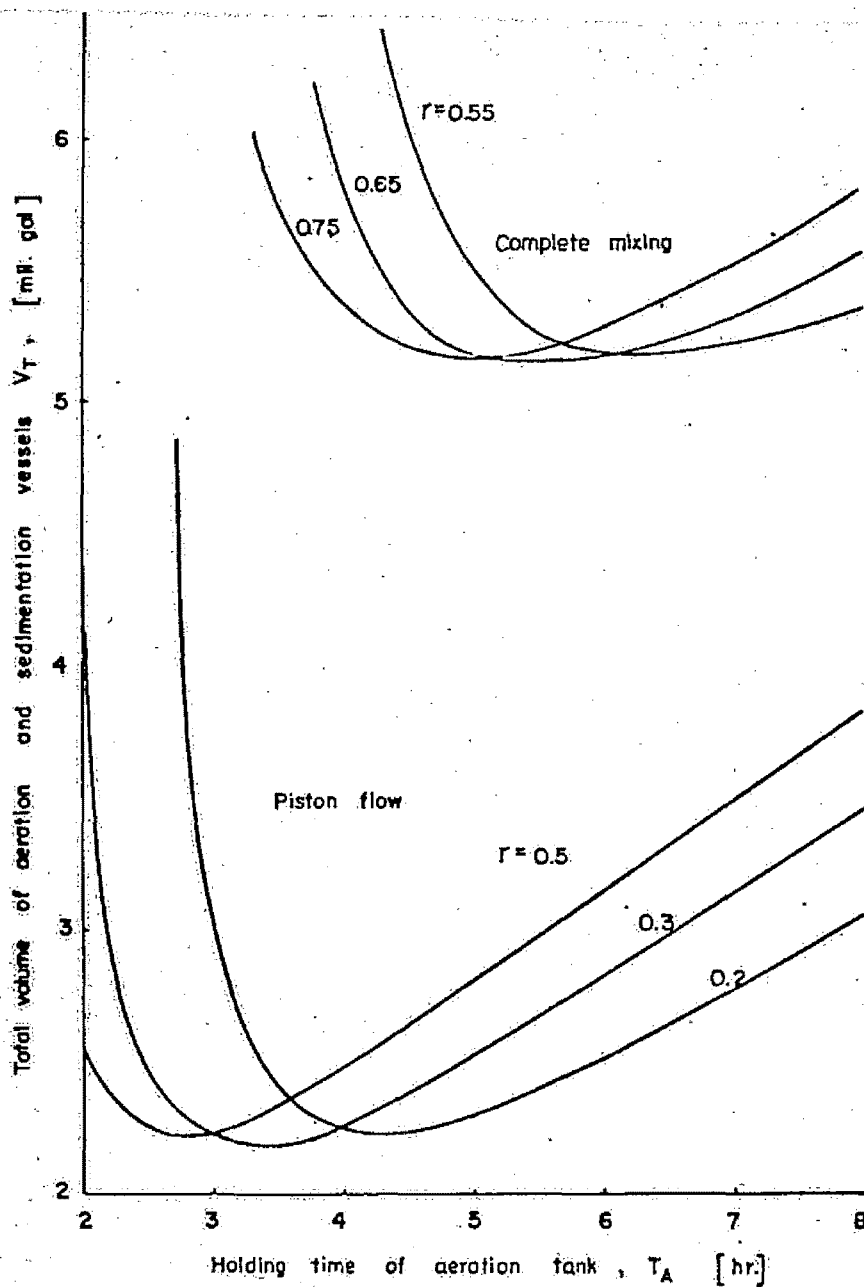


Fig. 8. Total volume of aeration & sedimentation vessels vs. mean holding time of aeration tank.

Fig 10は流入基質濃度が増加した場合の最適計算結果の変化を示す。基質濃度増加に対しては当然建設費が増大するが、もしそれが100から500(BOD ppm)まで増加したとき、建設費和が19%ほどしか増さない。このことは20%程度設計余裕をみておけば、流入基質濃度の考えられる変動に対処しうることを意味し、直感的に予想されるよりは可成り小さいであろう。なお流入廃水濃度増加に対しては沈殿池に対する最適な曝気槽比と汚泥返送率は次第に増すことが認められる。

こゝで得られた設計、操作条件は従来法活性汚泥プロセスに採用されてきた条件とそれほど相違しないことが分る。これは従来の設計、操作条件は可成り合理的であることを示すのではないかと考えられる。

## 第 5 節 要 約

本章で得られた知見を要約する、

- i) 曝気槽、沈殿池システムの最適性を検討する場合、両槽の建設費和と容積和の二つの目的関数はほぼ等しい結果を与える。
- ii) 建設費和は曝気槽混合の増大と共に著しく増大する。
- iii) 最適容積比 $\Omega_{opt}$ と返送比 $r_{opt}$ は混合度と流入基質濃度によってそれぞれ0.8～0.2, 0.3～0.6の範囲にある。
- iv) 流入基質濃度が100から500(BOD<sub>5</sub> ppm)まで増大した場合、放流基準30 BOD<sub>5</sub> ppmを満す建設費増大は20%程度である。

最後に本章の考察に課せられる制限条件は、非定常状態に全く考慮及んでいないことにある。もし流入濃度や流入流量が時間的に変動する

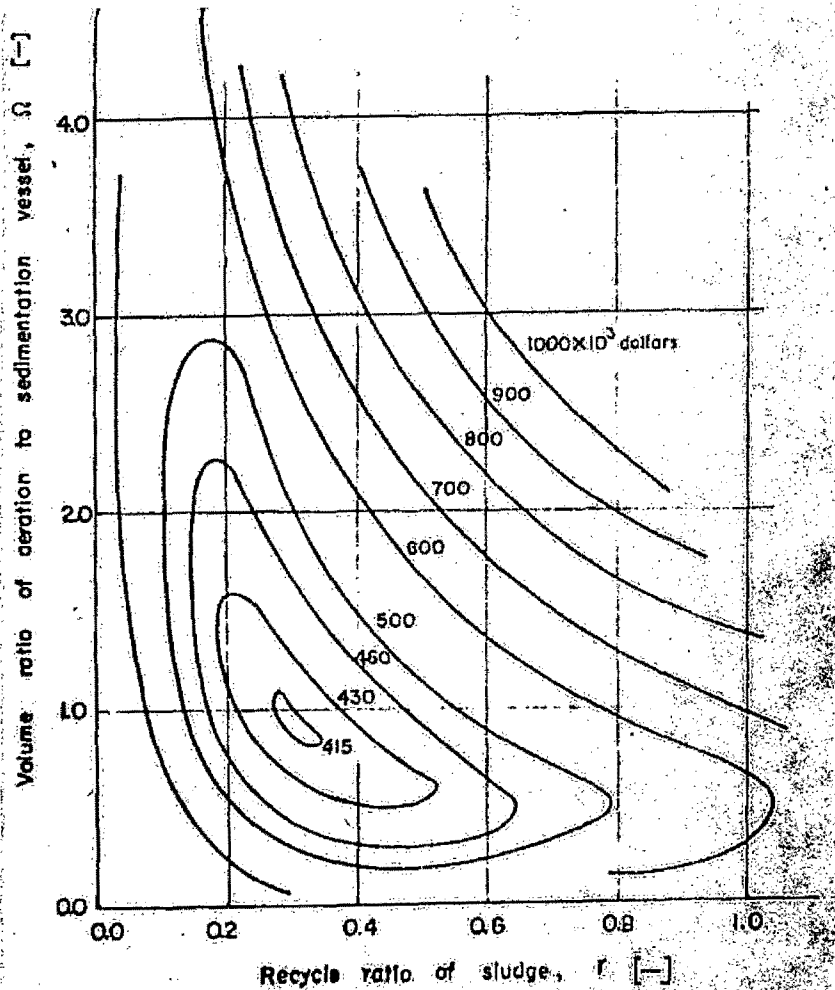


Fig. 9. Contours of construction cost with respect to  $r$  and  $n$  (piston flow aeration tank).

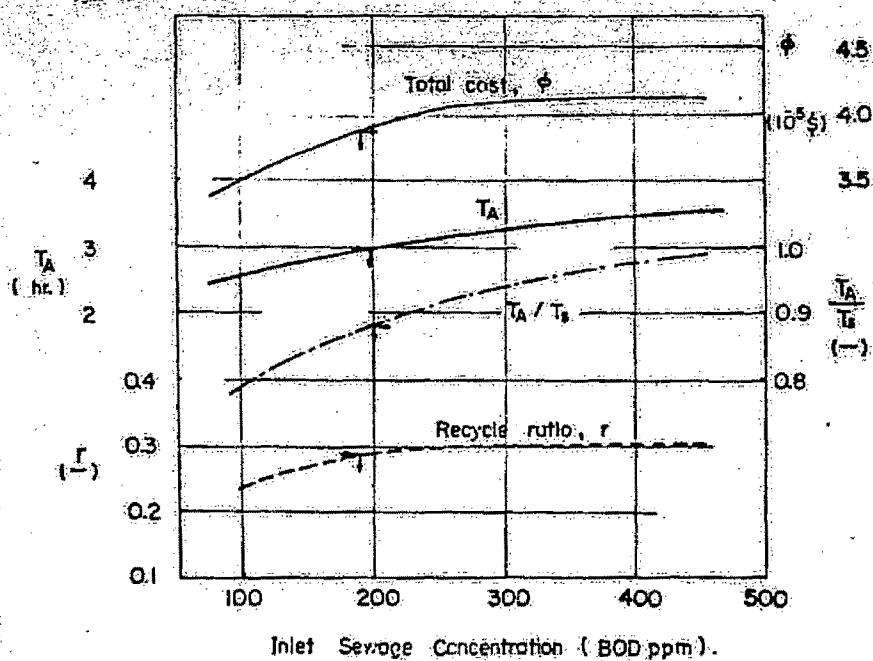


Fig. 10. Change of optimal conditions with respect to inlet sewage concentration (piston flow aeration tank).

ような場合，押出し流れは決して最良でないであろう。しかしこれを定量的に取扱うには第3章の検討に加え，変動に対する汚泥の馴致など，多くの情報が必要である。

## 第 5 章 曝気，再曝気槽システムの最適化

### 第 1 節 概 説

前章に続いて，ここでは曝気槽，再曝気槽の組合せシステムに対する最適性を検討する。これまで建設された活性汚泥プロセスの中で再曝気槽を設置したものは多くはない。その考えの中には曝気槽をかなり大きく設計することにより，後半部分を汚泥機能回復即ち再曝气的機能に役立てうるとする意図もあろう。しかしこれは必ずしも合理的ではなく，むしろ曝気時間を短縮する代りに汚泥活性回復のみに専用の操作として再曝気槽を設置する方が，結局は全体として経済的になるかもしれない。その考えの下に従来の標準的プロセスを改造し，曝気槽の一部をさいて再曝気槽に転用した結果，可成りの成果を挙げている例もみられる〔27〕。しかしこの事実を定量的に裏付けるには再曝気過程の挙動を定式化することが前提となる。この目的にこそ第 I 編第 5 章で新たに導入した活性度モデルの意義が発揮される。

## 第 2 節 プロセス方程式

### 2-1 曝気，再曝気過程の反応速度式

既に第 1 編で検討したように，従来から提出されてきた多くの生物化学反応速度式に共通の欠点は，汚泥の活性度の時間的变化に考慮が及んでいないところにある。これを克服するために第 1 編第 5 章で次の活性度モデルを提案し，実験的に裏付けした。

$$\left(\frac{dL}{dt}\right)_B = -k\lambda SL + \beta bS, \quad (2-33)$$

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_B = ak\lambda SL - bS, \quad 2(2-34)$$

$$\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)_B = K(1-\lambda) - mkL\lambda + \frac{1}{S}(1-\lambda)(dS/dt), \quad (2-35)$$

ここに  $L$ ， $S$ ， $\lambda$  はそれぞれ基質，汚泥濃度および活性度。パラメーター及び上式の意味については既に説明済みであるから（1 編，5 章）省略する。上式中で  $\lambda$  を 1 に保つとこれは従来の式に一致し，これは前章で採用したモデルになる。このことは曝気過程を考える上では両者は本質的に異なるものでなく，パラメーター  $k$  の値を適当に与えることにより近似的に  $L$  と  $S$  の時間的变化を一致させられることによっている。しかし再曝気過程を考慮する上では（2-35）式で規定される  $\lambda$  の導入が不可避であり，同じ生物酸化反応を記述

するに異なるモデルを用いた理由と妥当性はこゝにある。

## 2-2 混 合 モ デ ル

こゝでは前章の「定常操作で曝気槽効率は混合がない押出し流れの場合に最大である。」という結果も考慮して、曝気槽は押出し流れであるとする。そうするとプロセス方程式は次のように書ける。

$$\frac{dL}{d\eta} = \phi_L^T \quad (2-36)$$

$$\frac{dS}{d\eta} = \phi_S^T \quad (2-37)$$

$$\frac{d\lambda}{d\eta} = \phi_\lambda^T \quad (2-38)$$

境界条件は  $\eta = 0$  において、

$$L = \frac{1}{1+r} (L_I + rL_R^e) \quad (2-39)$$

$$S = \frac{r}{1+r} S_R^e \quad (2-40)$$

$$\lambda = \lambda_R^e \quad (2-41)$$

ここに  $\phi_L$ ,  $\phi_S$ ,  $\phi_\lambda$  はそれぞれ (2-33), (2-34), (2-35) によって与えられる回分反応速度式。

$L_I$  = 流入廃水中基質濃度

$r$  = 汚泥返送率

$L_R^e$  = 再曝気槽出口の基質濃度

$S_R^e$  = 再曝気槽出口の汚泥濃度

$T$  = 曝気槽平均滞留時間  $V/F(1+r)$

$F$  = 流入廃水流量

$V$  = 曝気槽容積

一方再曝気槽に対してもこれを押し出し流れと考えれば全く同一のプロセス方程式が適用される。

$$\frac{dL_R}{d\eta_R} = \phi_L T_R \quad (2-42)$$

$$\frac{dS_R}{d\eta_R} = \phi_S T_R \quad (2-43)$$

$$\frac{d\lambda_R}{d\eta_R} = \phi_\lambda T_R \quad (2-44)$$

境界条件としては  $\eta_R = 0$  で  $L_R = L|_{\eta=1}$ ,  $S_R = S_0$ ,

$\lambda_R = \lambda|_{\eta=1}$  とおける。

ここに  $S_0$  は最終沈殿池からの返送汚泥濃度で、これは恒に一定濃度で沈殿池から引抜かれて再曝気槽へ返送されてくるものとする。上の境界条件は活性度と基質濃度は沈殿池内で変化しないという仮定の下に与えたものであるが、これは実際の操作をみれば一応合理的であると云えよう。ところで再曝気槽の挙動についても混合の影響を考慮するため、完全混合の場合を同時に検討してみる。(2-42)～(2-44)式に代るものとして次式を与える。

$$S_R^e = \int_0^\infty E(a) S(a) da \quad (2-45)$$

$$\lambda_R^e = \int_0^\infty E(a) \lambda(a) da \quad (2-46)$$

$$L_R^e = L_R^{in} - \phi_L^T R \quad (2-47)$$

ここに  $E(a)$  は年令分布関数で、完全混合槽に対しては

$$\frac{1}{T_R} e^{-a/T_R} \quad \text{で、} a \text{ は流体塊の滞留年令。上式で脚字 } R \text{ は再曝}$$

気槽を示し、上つき添字  $e$  は槽出口濃度を示す。 $L_R^{in}$  は再曝気槽への流入基質濃度で、これは曝気槽出口濃度  $L|_{\eta=1}$  に等しい。

(2-45)～(2-47)の基礎式を導く仮定は媒質としての基質は槽内均一に分布(微視的混合状態での最大混合)しており、一方汚泥塊は集合体を作り、これらは槽内に滞留し流出するまで自ら



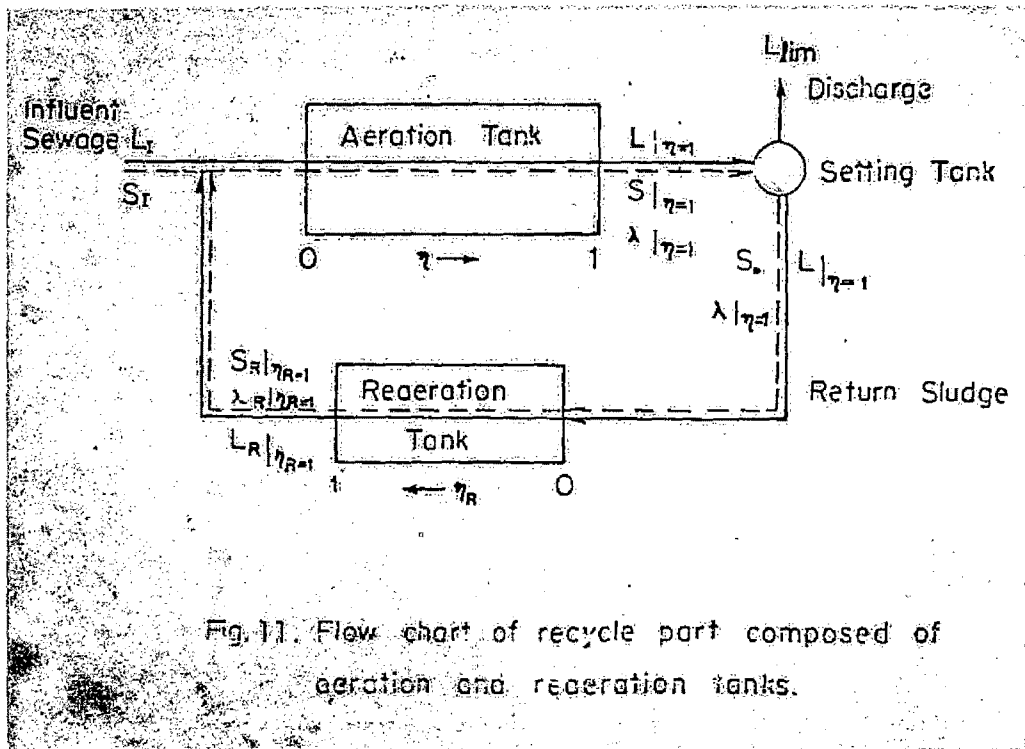


Fig. 11. Flow chart of recycle part composed of aeration and re-aeration tanks.

の特性を維持する（巨視的混合状態，完全分離）ということである。これ以上厳密なプロセス方程式を導くには異相系反応システムである生物化学酸化反応に対し，一層現象に近い "structured" モデルが確立されねばならない。化学反応に対するその一つの試みは Neuman [28] によってなされた。しかしまだ当面実用にほど遠い。

(2-47) 式中の  $\phi_L$  項を計算する際，その項に含まれる基質，汚泥濃度，活性度として  $S_R^e$ ， $L_R^e$ ， $\lambda_R^e$  を用いた。完全混合槽内では出口濃度は槽内濃度に等しいことから，これは認められよう。(2-45)，(2-46) 式はそれぞれ (2-34)，(2-35) 式の解で，その初期条件は，

$$a=0 \quad \text{で} \quad S_R = S_0, \quad \lambda_R = \lambda \quad | \quad \eta=1,$$

である。

対象プロセスを Fig. 11 に示し，状態変数と境界条件をこれに記す。

### 第 3 節 最適化

上に導いたプロセス方程式に基づいて，対象システムの最適性を検討する。ここで最適化とは前章と同様「所与の放流基準，定流入廃水流量と濃度の下に曝気，再曝気両槽の容積和を最小にするような両槽容積比と返送汚泥量を求めること。」とする。目的関数は

$$V_T = V + V_R \rightarrow \text{minimum} \quad (2-48)$$

こゝに  $V_T$  は総容積， $V$ ， $V_R$  はそれぞれ曝気，再曝気槽容積。選んだ設計，操作変数は容積比（ $=V_R/V$ ）と汚泥返送率  $r$  という二つの無次元変数である。束縛条件は曝気槽出口基質濃度をある値に固定する。即ち

$$L|_{\eta=1} = L_{lim} \quad (2-49)$$

所与の条件とパラメーター値は次の通りである。

$$F = 250,000 \text{ (gal/hr)},$$

$$L_I = 300 \text{ (BOD}_5 \text{ ppm)},$$

$$L_{lim} = 20 \text{ (BOD}_5 \text{ ppm)},$$

$$S_0 = 3,000 \text{ (SS ppm)},$$

$$k = 0.003147 \text{ (hr}^{-1} \text{ SS ppm}^{-1} \text{)},$$

$$m = 6,907 \text{ (SS ppm/BOD}_5 \text{ ppm)},$$

$$K = 1.767 \text{ (hr}^{-1} \text{)},$$

$$a = 0.52 \text{ (SS ppm/BOD}_5 \text{ ppm)},$$

$$b = 0.04 \text{ (hr}^{-1} \text{)},$$

$$\beta = 0.70 \text{ (BOD}_5 \text{ ppm/SS ppm)}.$$

こゝで採用した計算手順は単純なもので，まず  $\lambda|_{\eta=1}$  を仮定し， $(2-42) \sim (2-44)$  式又は  $(2-45) \sim (2-47)$  式を数値積分する。これによって再曝気槽での状態変数が求まる。求めた出口の値を用いて次に同様の方法で曝気槽のプロセス方程式  $(2-36) \sim (2-38)$  を解く。その結果算出された  $L$  と  $\lambda$  の出口の値が  $L = 20$ ， $\lambda = \lambda|_{\eta=1}$  の仮定値に一致しなければ  $\lambda|_{\eta=1}$  の仮定を修正する。

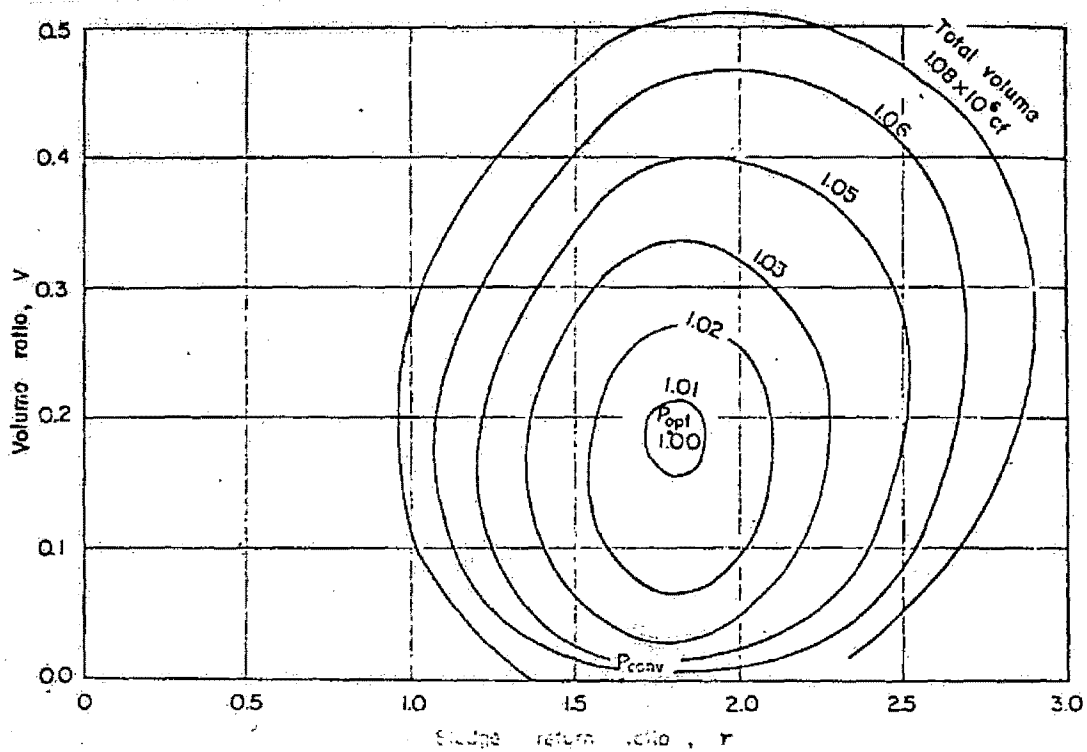


Fig.12. Contours of total tank volume vs.  $r$  and  $v$  in case of plug flow reeration tank.

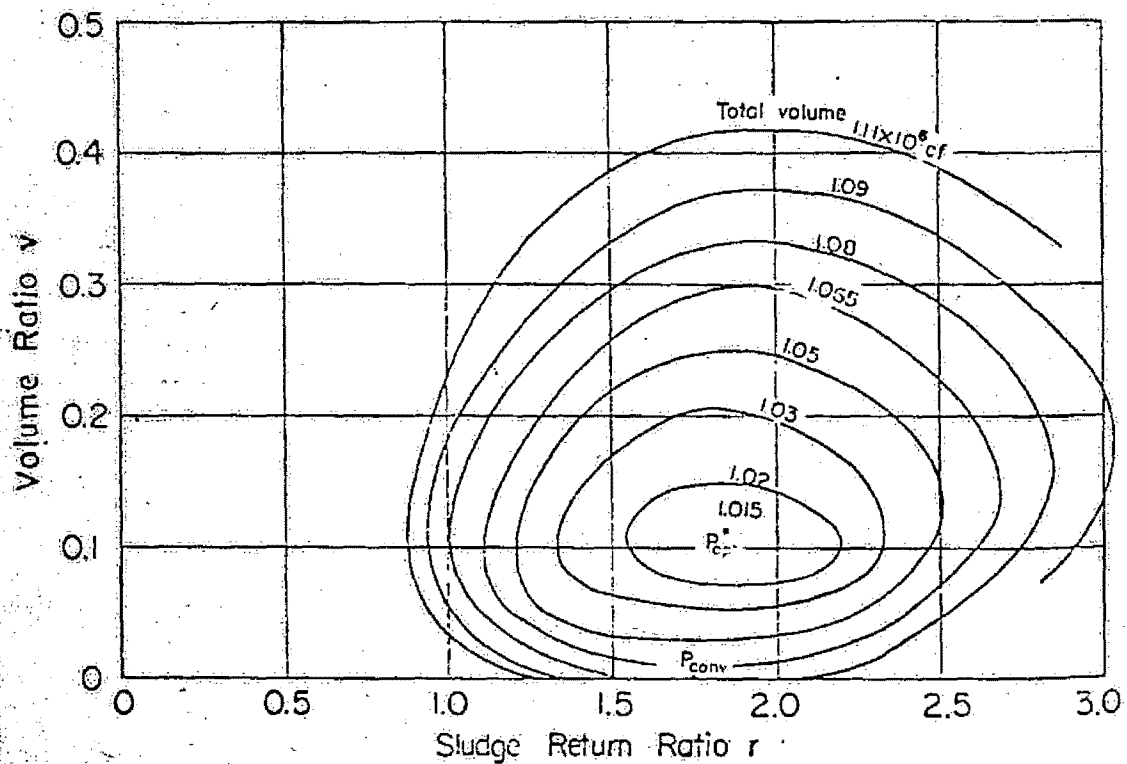


Fig.13. Contours of total tank volume vs.  $r$  and  $v$  in case of completely mixed reeration tank.

#### 第 4 節 計 算 結 果 と 考 察

計算結果は Fig. 12 ~ Fig. 14 に示す。Fig. 12, 13 は二つの変数  $v$  と  $r$  に対する容積和  $V_T$  の変化を示したものである。図から、 $v$  と  $r$  に関して  $V_T$  は単峰性であること、押出し流れ再曝気槽で  $r = 1.8$ ,  $v = 0.19$  が最適状態、完全混合の場合  $r = 1.9$ ,  $v = 0.12$  であることが分る。即ち両方の場合でそれほど最適性に差異はないので再曝気槽の混合状態にはそれほど注意を払う必要がないと考えられる。最適操作での状態変数、基質と活性度、の変化を Fig. 14 に示す。比較の為に同図に標準プロセスの最適操作状態  $P_{conv}$  ( $v = 0$ ,  $r = 1.1$ ) での状態変数も併せて示した。これから、たとえ再曝気槽を加えても結局全容積は標準プロセスに比べて 8% ほど小さいことが認められる。これは Fig. 14 中の活性度変化状態をみると理解される。即ち返送汚泥の活性度は再曝気槽の中で 0.7 時間程度の短時間で大いに回復し、この活性度の高い汚泥が曝気槽へ流入後急激に基質を除去するので結果として、全容積が少なくて済むことになる。

この計算結果に対する一つの実験的な証左として米国カンサス州のトピカプラントの例をみると、29 年間通常のコンベンショナル法で運転してきたものを、その曝気槽の 4/7 を再曝気槽に変えたところ、効率に大巾な改良がみられたということである〔29〕。これを本章の計算結果と比べるとトピカプラントの再曝気の曝気槽比 4/3 は大きすぎるということになる。この矛盾に対し十分な回答が与えられるにはまだ多くの研究を要するが一つはこゝで用いたパラメーター値が、

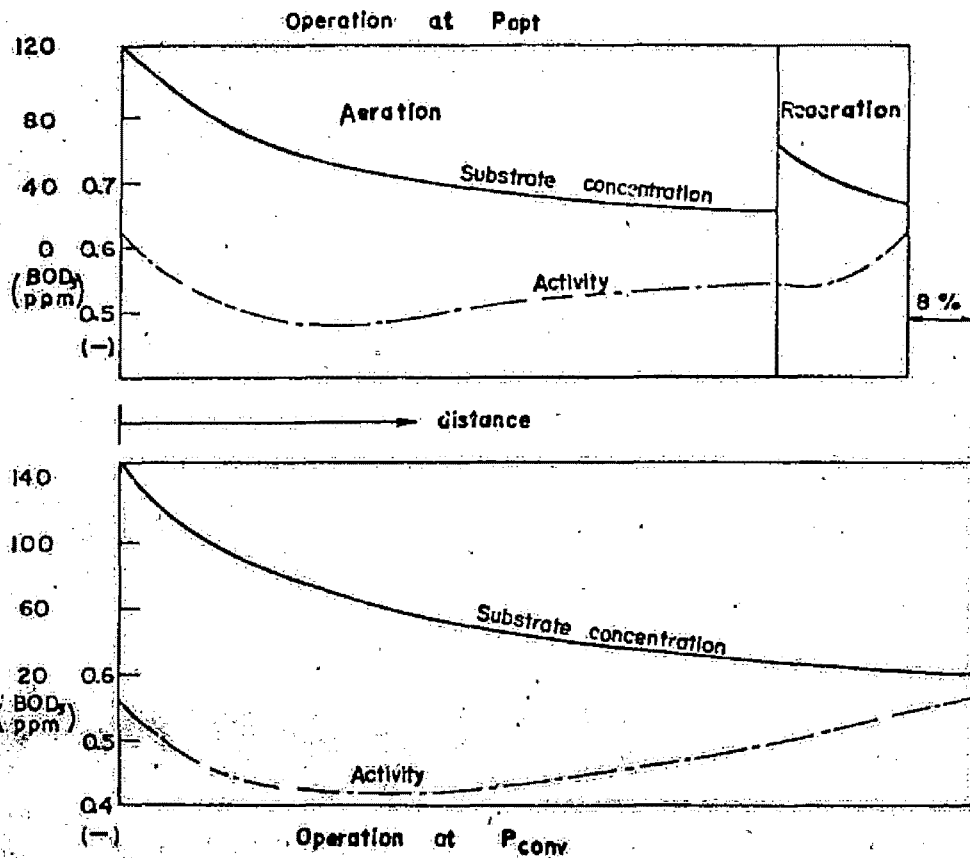


Fig. 14. Profiles of substrate concentration and sludge activity

そのプラントの特性値と異なっていること，更にはスタビリゼーション過程はここで定義した意味の活性度だけで捉えられず，溶存酸素などの問題も含むという活性度モデルの限界も考えられる。この点に関する今後の研究課題は多い。

## 第 5 節 要 約

本章での結果を要約すると，

- i) 活性度モデルに基づいて再曝気—曝気システムの最適性が定量的に検討され，再曝気槽の付加が全装置容積を小さくする上で望ましいことが導かれた。
- ii) 再曝気槽中の混合状態は最適政策にも，目的関数にも余り大きな影響を与えないことが見出された。

## 第 6 章 全 シ ス テ ム の 最 適 化

### 第 1 節 概 説

活性汚泥プロセス全体の最適化に近づくための一步として第2章～第5章では単位操作個々について，更にその二つづつの組合せについての最適性を検討してきた。しかし最終的な水処理プロセスの最適化とは，このコンプレックスシステムの総合的な機能が最大に発揮されるような運転と建設の規準をうることにあり，本報では第2章～第5

章の準備の下に、システム全体についての最適化問題を数値的に検討した。最後にこの結果は、現在考えられている活性汚泥法の各種の変法に対し、どのような位置を占めるかを考察して将来、計算を重ねることにより、それら諸変法の得失を定量的に比較しうる手がかりを得た。

## 第 2 節      プロセス方程式

活性汚泥プロセスをできるだけ一般的に表現するため、第 I 編で「曝気槽」「沈殿池」「再曝気槽」から成るシステムを一般化プロセスと名付けて提示し（第 I 編・Fig. 42），これに含まれるいくつかのパラメーターを適当に選ぶことにより、各種変法を統一的に表示しうることを述べた。今の段階で最適性を検討する場合、設計変数には上の三つの流れ系の各容積比をとり、操作変数には、流入廃水と返送汚泥それぞれの曝気槽への分配法および汚泥の返送率をとった。この五つの変数（内二つは関数型）を、放流水 BOD 濃度を最小とするように同時に決定するのは、相当困難な問題である。ところが高松ら〔30〕によると再曝気槽への基質と返送汚泥の分配流入関数二つをエアレーションタンク出口基質濃度を最小にするという基準の下で考察を加えた結果、両者の最適な分配添加法は連続関数として与えられるのではなく、汚泥については、タンク入口端へ全量を、一方廃水は混合される汚泥の活性状態に応じて、タンク入口端から流下方向に幾分ずらせてこれまた全量を一点から注入するのが望ましいことが示された。同様の結果は合田〔31〕、松本ら〔32〕によっても得られて



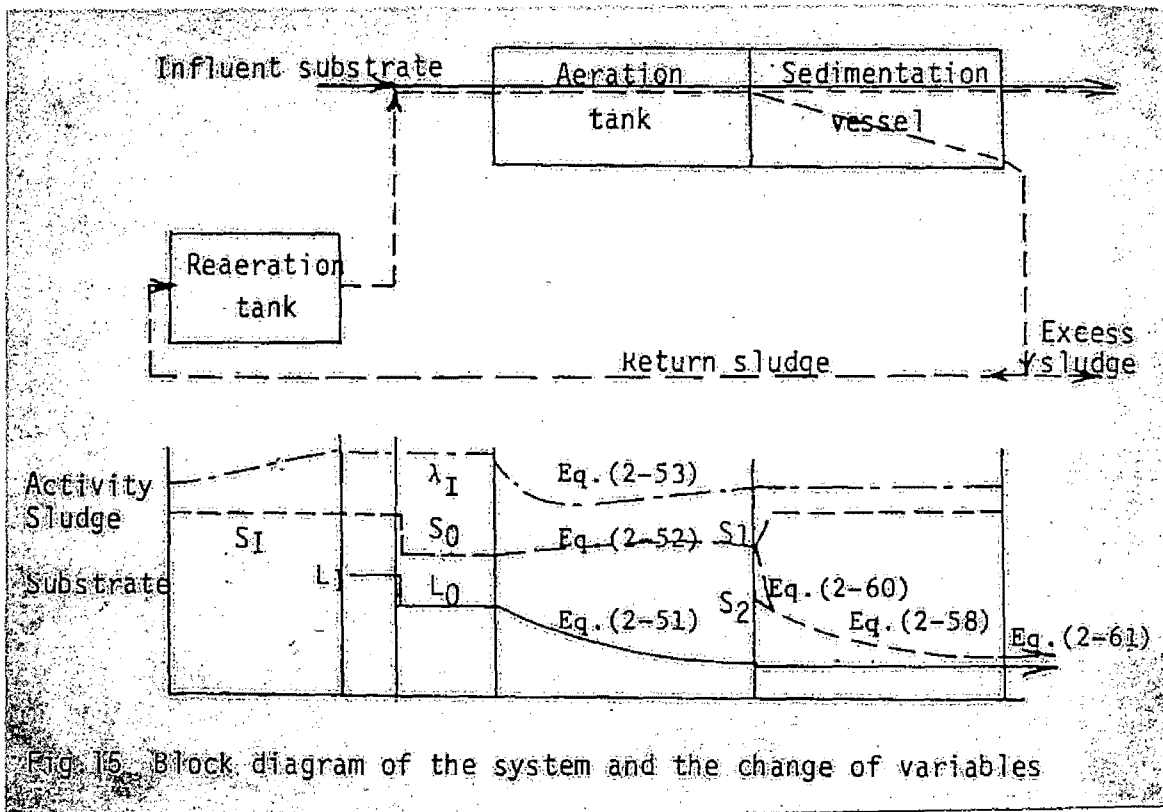


Fig. 15. Block diagram of the system and the change of variables

いる。

この結果を  $\delta$  関数を使って形式的に表現すると、

$$q_S = Q_S \cdot \delta(x), \quad q_L = Q_L \cdot \delta(x - x_0) \quad (2-50)$$

となる。

ここに  $Q_S$ 、 $Q_L$  はそれぞれ返送汚泥、流入廃水の全流入量、

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & (x=0) \\ 0 & (x \neq 0) \end{cases} \quad \int_0^\infty \delta(x) dx = 1$$

なるデルタ関数。

このように  $q_S$ 、 $q_L$  の関数型を決定する問題は大いに簡単化されて、廃水の注入位置（上式中の  $x_0$ ）だけを決定する問題になった。ところが入口端から  $x_0$  までの部分と残りの  $x_0$  から流出端までの部分は働きのうえからみると、それぞれ 再エアレーションタンク と エアレーションタンク に相当すると考えられるので、廃水の最適注入法の探求は、結局エアレーションタンクと再エアレーションタンクの最適容積比を決める問題に変換されたことになる。そこで本章では、高松らの得た上記の結論に従いエアレーションタンクへの廃水と返送汚泥の注入は、タンク入口端に全量流入させる標準的な方法をとる。これに別個に再エアレーションタンクを設けるプロセスを対象としても全体の最適化を検討する上で一般性を失なうことはない。これを模式的に示すと、Fig. 15 のようになる。この図のシステムに対するプロセス方程式をまとめて表示すると定常状態に対し以下のとおりである。

<プロセス方程式>

エアレーションタンク

$$dL/d\eta = T_A \phi_L \quad (2-51)$$

$$dS/d\eta = T_A \phi_S \quad (2-52)$$

$$d(\lambda S)/d\eta = T_A \phi_\lambda \quad (2-53)$$

境界条件

$$\eta = 0 \text{ で } L = L_0, S = S_0, \lambda = \lambda_I$$

$$\text{ここに, } \phi_L = -kS\lambda L - b\beta S \quad (2-54)$$

$$\phi_S = ak\lambda SL - bS \quad (2-55)$$

$$\phi_\lambda = \phi_S + K(1-\lambda)S - mk\lambda SL \quad (2-56)$$

$$L_I = L_0 / (1+r), S_0 = r \cdot S_I / (1+r)$$

諸記号は第5章に示したものと同じであるが、新たに加わったものとともに説明する。

$L$  : 基質濃度 (BOD ppm)

$S$  : 汚泥濃度 (SS ppm)

$\lambda$  : 活性度 (—),  $\eta$  : 無次元距離  $x/\ell_a$  (—)

$x$  : 流下距離,  $\ell_a$  : タンク長さ (m)

$L_I$  : 流入廃水濃度 (BOD ppm)

$S_I$  : 返送汚泥濃度 (SS ppm)

$r$  : 汚泥返送率 (—),  $u$  : 流速 (m/時)

$T_A$  : 理論滞留時間,  $V_A/F$  (時間)

$F$  : 流入廃水量 ( $m^3/\text{時}$ ),  $V_A$  : タンク容積 ( $m^3$ )

$k$  : 基質の汚泥への付着速度係数 ( $1/\text{時} \cdot \text{SS ppm}$ )

$K$  : 基質分解の酸化分解速度 ( $1/\text{時}$ )

$m$  : 単位 BOD が占める活性汚泥量 (SSppm/BODppm)

$a$  : 基質の汚泥への転化率 (SSppm/BODppm)

$b$  : 汚泥分解速度 (1/時)

$\beta$  : 汚泥の基質への転化率 (BODppm/SSppm)

沈殿池

$$dS_f/d\eta = T_S \phi_f \quad (2-58)$$

ここに,

$$\phi_f = \frac{-1}{t_0} (1 - \epsilon e^{-a/\beta}) S_f \quad (2-59)$$

境界条件

$$\eta = 0 \text{ で } S_f = S_2$$

諸記号は,

$S_f$  : 浮遊物濃度 (SSppm)

$\eta$  : 無次元距離  $x/l_s$  (—)

$l_s$  : 沈殿池長さ (m)

$t_0$  : 沈殿時間 (水深/沈降速度) (時間)

ところで沈殿池内で除去対象となる浮遊残留物質  $S_f$  の入口での仮想的な濃度  $S_2$  は、曝気槽出口の Mixed Liquor の汚泥濃度  $S_1$  と実験室内での回分実験結果から、次式で関係づけられている。

$$S_2 = \alpha S_1^r \quad (2-60)$$

<束縛条件>

最終沈殿池からの放流水が放流基準に一致していることとして次式

を用いる。

$$L_1 + p \cdot S_f (\eta=1) = C_{lim} \quad (2-61)$$

ここで、

$L_1$  : 放流水中の溶解性BOD濃度 (ppm)  $L (\eta=1)$

$p$  : SSのBOD換算係数 (BODppm/SSppm)

$C_{lim}$ : 放流基準 (BODppm)

<目的関数>

施設の建設費は第4章の結果にもみられるように全タンク容積に比例すると考えられるので、

$$PI = V_A + V_S + V_R \rightarrow \text{Minimum} \quad (2-62)$$

ここに  $V_A$ ,  $V_S$ ,  $V_R$  はそれぞれエアレーション, 沈殿, 再エアレーションタンクの容積を示す。(m<sup>3</sup>)

<設計・操作変数>

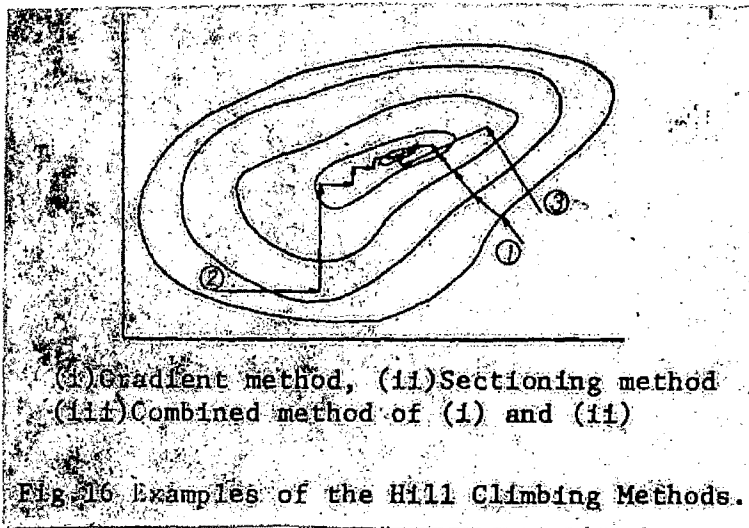
$$v_A = V_A / (V_A + V_S + V_R),$$

$$v_S = V_S / (V_A + V_S + V_R), \quad r$$

の三つの無次元量をとる。

### 第 3 節 最適化計算の方法

(2-51)～(2-60)式のプロセス方程式にしたがい式(2-61)の束縛条件の下に式(2-62)目的関数を最小にするよう



Number of Searching	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fibonacci Search Pt.	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Table 9 Dividing Strategy due to Fibonacci Number

に、三つの変数  $v_A$  ,  $v_S$  ,  $I$  を決定すればよいわけであるが、容易に想像されたとおりこれはかなり面倒な計算問題である。基礎式は非線型連立微分方程式であり、解析的に解くことは不可能であるから、微分法によって最適値を求めることはできない。また、近年大いに発展をみた種々の最適化の数理的手法、たとえば最大原理やダイナミックプログラミング〔33〕なども、前者は多変数の2点境界値問題となり、後者は次元数が莫大なものとなるなど実際計算に当たっての計算時間と計算機容量の点に問題がある。ここでは手法として巧妙なものとはいえないが、複雑な対象にも計算時間をかければ着実に最適値に到達しうる山登り法を用いることにする。「山登り法」は、各操作変数の適当な仮定値に対し直接PIの値を計算し、操作量を変化させた時のPIの変化をみてPIが最小になるように操作量を順次修正して最適値を探索していくものであるが、このときPIの最適値に達するための計算回数をできるだけ少なくするような操作変数の修正法をみつけることが、この山登り法の要点となる。そのために多くの方法が考えられており、グラジエント法〔34〕は山頂に達するのに最もこう配の急な方向に向うもので、その最峻方向の求め方に数理的な指針が与えられている。それ以外にも修正幅と修正方向の選び方に種々の工夫が試みられており〔35〕その代表的ないくつかを Fig. 16 に示す。ここではそのうち「こう配法」を用いることにする。この方法の利点は、極値から離れているときに試行の数を減らせることと、比較的程序の容易なところにある。この過程は、まず変数のうち一つを除いて固定しておき、ある変数だけを変えて、それに対する最適点を求める。これを全変数について繰返し、これ以上どの変数を動

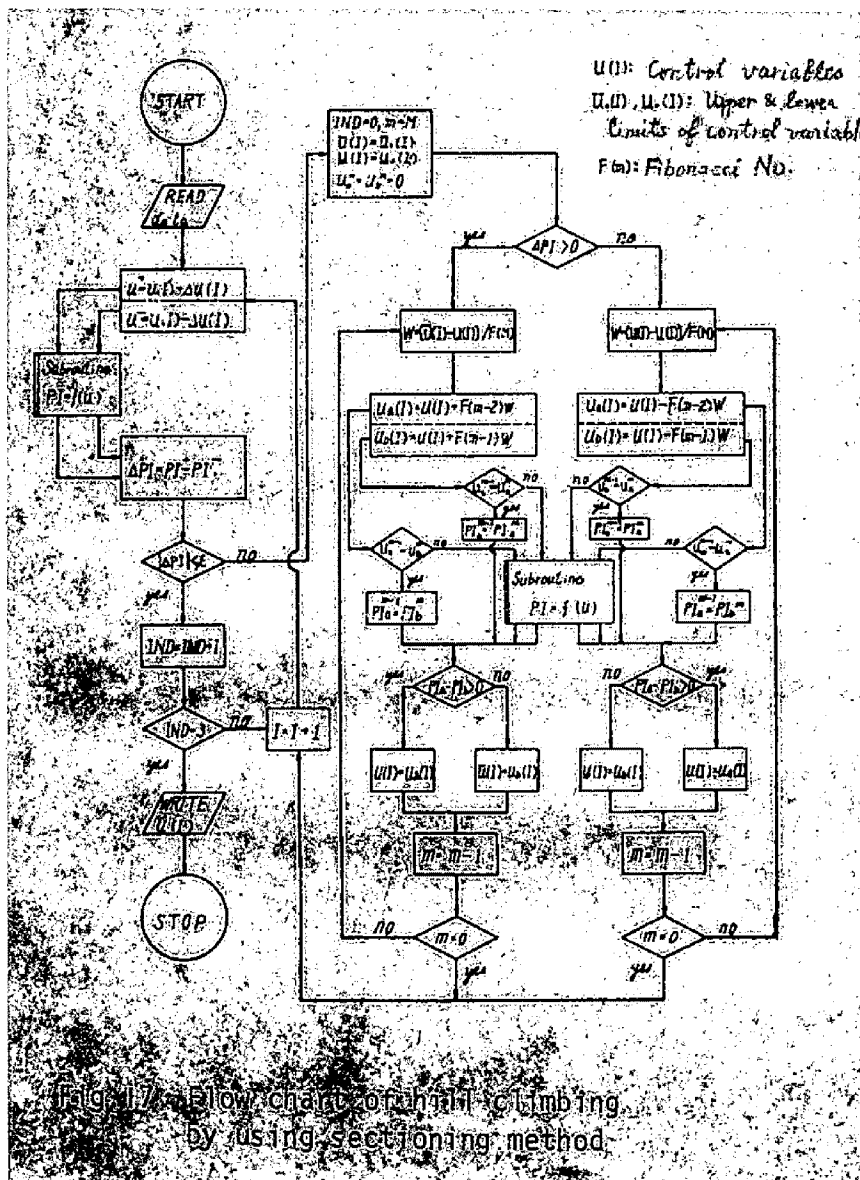


Fig. 17. Flow chart of hill climbing  
 by using sectioning method



としてもPIの変動がみられなくなる点をもって最適値とする。この方法では、変数を一つずつ順に変えていくので修正方向については考慮の余地はないが、工夫を要するのは修正幅である。この決め方をここでは Fibonacci 数列に基づく区間分割法によることとする。これはある関数  $f(u)$  ( $\underline{u} \leq u \leq \bar{u}$ ) を最大にする  $u$  を求める場合に  $\bar{u}$  と  $\underline{u}$  の間を Table 9 のような Fibonacci 数列によって分割していくもので、たとえば実験探索回数が 7 回で最適値を求めたい場合は、その範囲を 21 に分割し、最初に 8 番目の位置で目的関数を調べる。次に反対の端から対称の位置、すなわち  $21 - 8 = 13$  番目で目的関数の値を求める。ここで 8 番目の値が 13 番目の値より小さければ、1 番目から 8 番目までの分割内には最大値がないから、次は残りの 13 分割について 21 番目から 5 番目の分割、すなわち 16 番目の分割における PI を計算し、前の 13 番目の値と比較する。もし、16 番目の値が大きければ 17 番目から 21 番目までの間は探索する必要がない。したがって残り 8 分割について同様の手順を繰り返せばよい。ここでは各変数  $v_A$ ,  $v_S$  の変数が 0~1 であり、 $r$  もほぼ 0~2 の範囲とみてよいのでこれを 7 計算回数法で求めることにしたが、その計算機での計算過程をフローダイアグラムで参考までに Fig. 17 に示しておく。

#### 第 4 節 計算結果と考察

Fig. 16 にもみられるとおり、いずれの山登り法をとって極値を探索していくにしても、その山が各変数について単峰であるかどうか、

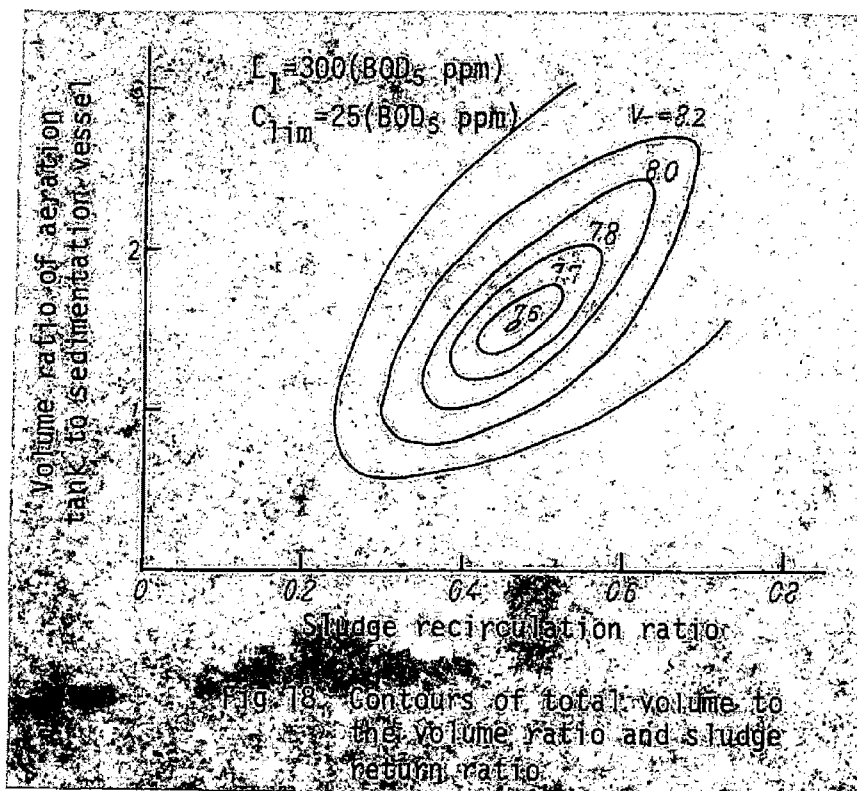


Fig. 18. Contours of total volume to the volume ratio and sludge return ratio.

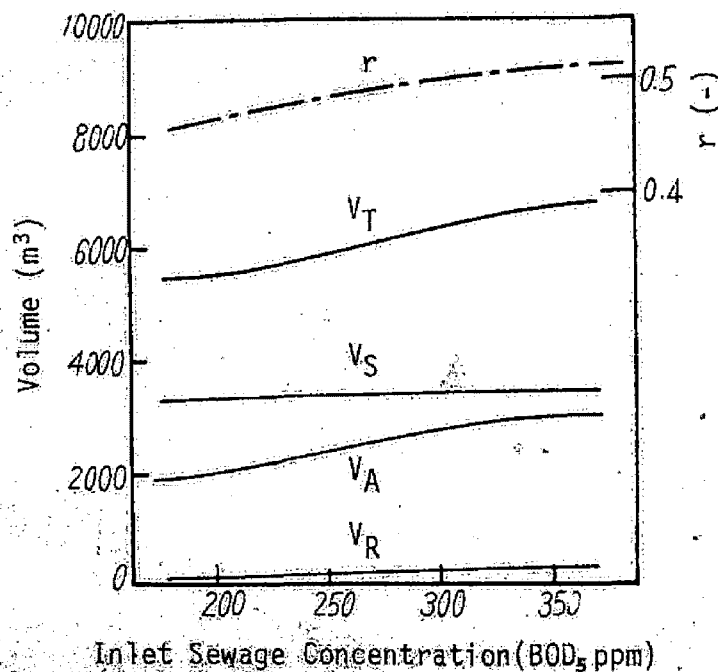


Fig. 19. Change of optimal policies with the concentration of influent sewage.

また山の全体的な形がどのようなものであるかを知っておくことは必要である。これは取り扱っている問題の物理的な意味を考えることによって、およそ予想のつくものである。今ここで対象としている問題でも各操作、設計盤につき  $PI$  が二つ以上の極値をもつとは考えられないがこれを予めしらべておくことは実際に山登り計算をおこなうに当たって出発点の見当をつけ、結果の正誤を判断する上で有益である。そこで先のプロセス方程式に従い、 $v_A$ 、 $v_S$ 、 $r$  と  $PI$  の関係を計算しその一例を *Fig. 18* に示す。これからも明らかなように  $v_S / v_A$ 、 $r$  のいずれにも  $PI$  は単峰であること、山の形はほぼ対称なものであるから、どの地点から出発しても比較的容易に極値に到達しうるであろうことが予測される。この予備的な計算の下に次に種々の条件に対する最適値とその変化の様子を先述の Fibonacci 数列を用いた「こう配法」に基づいて求めてみる。*Fig. 19* に計算結果を示す。これは処理廃水  $1,000$  ( $m^3$ /時)、放流基準  $25$  ( $BOD$  ppm) の場合に種々の流入基質濃度に応じて総容積を最小にするために、曝気、沈殿池、再曝気の各槽をどのような大きさに設計すればよいか、またそのときの汚泥の返送率はどのようにとればよいかを示したものである。計算に用いた諸係数値は次のようである。

$$\begin{aligned} k &= 0.0008, & K &= 0.3, & m &= 7.0, \\ a &= 0.52, & b &= 0.005, & \beta &= 0.7, \\ E_S &= 1.0, & \epsilon &= 0.81, & \alpha &= 1.2, \\ t_0 &= 1.1 \end{aligned}$$

この結果をみると、基質濃度の増化につれて各タンク容積はどれも当然増化するが、この増化率は、エアレーションタンク、再エアレー

ションタンクに著しく、沈殿池はほとんど3,400 m<sup>3</sup>程度と一定であることがわかる。それぞれのタンクの大きさを比べてみると、沈殿池が最も大きく、特に流入基質濃度が低いときにその差が大きくなっている。再エアレーションタンクは150～300 m<sup>3</sup>とエアレーションタンクの1/10程度の小さなものでよいことが示されているが、これを滞留時間で比較すると、返送率が0.5ほどであるとして、両者の比は1/7程度となる。一方鎖線で示す汚泥返送率は0.5前後の高い値で基質濃度増化とともに次第に増加さすべきことが示されている。

ここでの計算結果を現在の標準的なプロセスと比較してみると、タンク容積については、特にエアレーションタンクが半分以下の小さなものになっており、また沈殿池がエアレーションタンクより相当大きくなっている。さらに、返送率については相当の高い値をとることになり、実際問題としてそのような高返送が可能かどうかを検討することは今後に残された重要な点の一つであろう。このような結果を得た原因は数式表示自体にまだ問題があることもあろうが、主として計算に用いた諸係数が第I編で述べたように人工下水と長期間人工培養した汚泥を用いた実験室テストから得たものであるため、必ずしも実際の廃水と活性汚泥についての特性を与えていないところにあると考えられる。したがって、Fig. 19に示した計算結果の値そのものがただちに実際操作の定量的な基準になると主張し難いことは認めねばならない。

## 第 5 節 要 約

本章での検討結果は次のように要約されよう。

- (i) たとえ相当に小さな再曝気槽であっても、これを設けることで汚泥の活性度を回復させ曝気槽内でのBOD除去を高水準に保ち得てそのタンク容積を可成り小さくしうするため、プロセス全体の総容積は小さくなる。
- (ii) 汚泥返送率は許される範囲内で出来るだけ高くとり反応速度を大にする。
- (iii) 沈殿池を比較的大きくとり、返送した多量の汚泥を十分分離し、浮遊物の形での放流水BODをできるだけ低くすること。
- (iv) 第4章と第5章の結果の中間的な値が得られていること。

したがってここで最適操作，設計として結論されるところに従って，従来の諸変法をみると「全体としてはコンペンショナル法に近いもの」に「バイオソープション法で重要な役割を果たしている再曝気槽を付置し」これに「汚泥の高返送率を採用する」のが望ましいというように種々の変法を折衷した中間的な方法が望ましいという結論に達する。

最後に本章での問題点について述べ，ここでの結果の意味と限界を明らかにしておく。

- (i) 反応速度係数に対するエアレーション強度や汚泥濃度の影響が考慮されていないこと。
- (ii) 汚泥および浮遊物質の沈降性に対するエアレーション強度，時間，汚泥濃度の影響が考慮されていない。
- (iii) 汚泥の返送可能な限界について考慮されていない。

(iv) 流入廃水の浮遊物質の存在を除外した人工下水についての諸係数値を用いていること。

(v) 流入基質濃度変動が反応や沈降過程に及ぼす影響は考慮されていないこと。

(vi) 酸素供給、溶解等についての考慮はなされていないこと。

等々であり、これらのことから、本研究の結果の限界が自から明らかとなろう。対象処理水と汚泥についての諸係数値が変わると計算結果も大いに変わり、また、上に列挙した諸問題が解明され、新たな関係が導入されるに従い得られる結果は次第に厳密なものとなろう。

## 第 7 章 結 論

本編は活性汚泥プロセスの最適化について理論的に検討した。多くの単位操作の組合せからなる本プロセス全体の経済性を目的関数とした最適化の最終目標を達成する為には、まだ幾多の基礎現象が解明されねばならない。ここでは当面可能な情報を用いて、その範囲で最も合理的と思われる目的関数を選んだものである。まづ多くの単位操作のうち、プロセスの主役を果す沈殿地と曝気槽を単一に取り上げて、第2章で沈殿池の最適設計について、第3章で曝気槽の最適操作について、それぞれ単一の効率を最大にするという目的の下に検討した。この結果はそれ自身としても有用な情報ではあるが、個々の単位操作の特性が互いに密に関係し合っている活性汚泥プロセスでは個々に求めた最適性はシステム全体を最適にする目的に対し求めたそれとは必ずしも一致しない。そこ

で第4章では曝気槽と沈殿池の組合せシステム、第5章では曝気槽と再曝気槽の組合せシステムについての最適性を検討し、第6章で上記三つの流れ系を含む全システムについて数値計算によって最適設計、操作条件を求めた。

最終的には汚泥処理過程（脱水、乾燥等も含め）全システムの建設、操作費用の和を最小にならしめるように最適化がおこなわれなければならない。本研究はその最終目標に対して、ほんの第一歩にすぎないことを明記する。

## References in Part II

1. Evanson D.E. et al., Private Communication on  
"Preliminary Selection of Waste Treatment  
Systems" (1968)
2. Shih C.S. et al., Presented at 4th National Water  
Resources Conf. in N.Y, Nov.(1968)
3. Chen M.S.K. et al., Private Communication on  
"Sensitivity Analysis and Optimal Design Strategy  
with Parameter Uncertainty of the Activated  
Sludge System" (1968)
4. Smith R., Private Communication on "Preliminary  
Design and Simulation of Conventional Wastewater  
Renovation System Using Digital Computer" Aug.  
(1967)
5. Erickson L.E. and Fan L.T., WPCF Jr. March Part 1  
(1968)
6. Einstein H.A., ASCE Proc., Paper No. 2140, March  
(1941)
7. Vanoni A.V., ASCE Proc., Paper No. 2267, June (1944)
8. ibid., Paper No. 4738, March (1966)
9. Raudkivi A.J., ASCE Proc., Paper No. 5426, Sept. (1967)
10. Bakhmeteff B.A. and Allen W., ASCE Proc., Paper



- No. 2288, Feb. (1945)
11. Replogle J.A. and Chow V.T., ASCE Proc., Paper No. 4740, March (1966)
  12. Rubey W.W., "The Force Required to Move Particles on a Stream Bed," pp. 121-141 (1937)
  13. Gilbert G.K., U.S. Geological Survey Prof. Paper 86, p. 16 (1914)
  14. Ingersoll A.C. et al., ASCE Proc., 81, 590 Jan. (1955)
  15. Grieves R.B. et al., Int. Jr. Air and Water Poll., 8, 199 (1964)
  16. Pipes W.O. and Grieves R.B., Proc. 19th Ind. Waste Conf., Purdue Univ., Ext. Ser. 117 (1965)
  17. McKinney R.E., Jr. ASCE, 88, SA3, 87 (1962)
  18. Levenspiel O., "Chemical Reaction Engineering" John Wiley and Sons, N.Y. (1962)
  19. Camp T.R., Discussion on ASCE Trans., 123, p. 667 (1958) by O'Connor D.J.
  20. Yamaguchi I. and Mori T., "Chemical Engineering", p. 89 (1965)
  21. A.I.Ch.E. Manual, p. 47 (1958)
  22. Fair G.M. et al., 2nd. Water Poll. Conf. p. 86 (1964)
  23. Hartmann L., WPCF Jr., 39, No. 6 June (1967)
  24. Levenspiel O., "Chemical Reaction Engineering" Ch.

- 9 John Wiley and Sons, N.Y. (1962)
25. Eckenfelder W.W. and Tischer L.F., Int. Jr. Water Research, 2, No. 1 Jan. (1968)
26. Nelder J.A. and Mead R., The Computer Jr., 1, No. 308 (1968)
27. Pfeffer J.T. et al., Presented at 23rd Purdue Ind. Wastes Conf. Indiana May (1968)
28. Neumann E.B. and Collinge C.N., CES, 23, No. 11 pp. 1309-1316 (1968)
29. Same to 27
30. Takamatsu T. and Naito M., Jr Japan Sewage Works Assoc., 4, No. 43 (1967)
31. Goda T. et al., 22nd Annual Meeting of JSCE Paper No. II-153, May (1967)
32. Matsumoto J. and Onuma M., Jr. Japan Sewage Works Assoc., 5, 46 (1968)
33. Bellmann R., "Dynamic Programming" Princeton Univ. Press (1957)
34. Leitmann G., "Optimization Technique" Ch. 6, Academic Press (1962)
35. Wilde J., "Optimum Seeking Methods" Prentice Hall, Inc. (1964)

## 結

本論文は昭和37年頃より始めた流れ系モデル表示に関する検討を出発点に、それを水処理プロセスの流れ系単位操作に適用することを試みたものである。しかし沈殿池や、曝気槽というような水処理プロセスの単位操作には個々の多くの複雑な現象が含まれており、これを定式化するには従来のデータのみでは極めて不十分であることを認識し、新たな理論とその実験的な検討をおこなった。この経過を第Ⅰ編に述べた。

一方この頃よりはじまり現在にかけて大規模システムの合理的設計、操作を系統的に取扱うシステム工学の概念、それに適用する最適化の手法などの開発が進んできた。そこで複雑な大規模システムの一つである活性汚泥水処理プロセスを、第Ⅰ編で得た数式表示を基に、システム工学的アプローチによって考察し、その合理的設計、操作の指針を得る手掛りを求めて努力した。この経過を述べたが第Ⅱ編である。

活性汚泥法ほど複雑で未知の現象を多く含む対象を、現段階程度の情報をもってその最適計算をおこなっても、結果がただちに実用に供しうるほどのものとするのは早計であることはいうまでもない。しかしたとえそれほど複雑な対象であっても先に述べたような諸問題点を順次解明し、定式化していくにつれ、導かれる結果が次第に現実的かつ実用的なものとなっていくであろう。本研究がそのような、これまで余りみられなかったプロセス全体の最適性の検討（対象の定式化とそれに必要なデータ採取、最適化手法の検討と適用、最適性探索の方法論）に一つの指針を与えるものであることに期待して本論文を結ぶ。

Appendix 1 Measurements on the Circulating Flow  
Under the Influence of Wind

RuH	L cm	B cm	D cm	H cm	$\frac{Q}{cc}$ sec	$\frac{W}{m}$ sec	T <sub>1</sub> sec	T <sub>2</sub> sec	r -	k -
1	45	2.5	10	18	45	0	10.9	11.0	0.885	0.527
2	"	"	"	"	40	"	12.9	13.8	0.877	0.518
3	"	"	"	"	34	"	14.7	14.4	0.885	0.536
4	"	"	"	"	30	"	16.6	19.9	0.874	0.488
5	"	"	"	"	26	"	19.7	22.9	0.873	0.498
6	"	"	"	"	20	"	21.8	32.3	0.876	0.434
7	"	"	"	"	15	"	30.9	47.2	0.867	0.430
8	45	3.5	10	18	45	0	15.4	18.1	0.831	0.506
9	"	"	"	"	40	"	16.8	19.1	0.839	0.515
10	"	"	"	"	35	"	18.3	19.9	0.836	0.528
11	"	"	"	"	30	"	20.5	32.2	0.826	0.437
12	"	"	"	"	25	"	25.2	36.0	0.831	0.460
13	"	"	"	"	20	"	26.9	63.2	0.808	0.346
14	"	"	"	"	15	"	33.6	98.8	0.794	0.302
15	45	4.5	10	18	45	0	21.8	15.9	0.809	0.635
16	"	"	"	"	40	"	23.2	23.3	0.794	0.556
17	"	"	"	"	35	"	24.6	29.6	0.794	0.564
18	"	"	"	"	30	"	32.2	34.9	0.779	0.540
19	"	"	"	"	25	"	33.9	47.2	0.783	0.482
20	"	"	"	"	20	"	36.7	77.6	0.764	0.384
21	"	"	"	"	15	"	42.3	112.4	0.763	0.331
22	40	2.5	10	18	45	0	9.7	10.2	0.884	0.522
23	"	"	"	"	40	"	10.5	11.9	0.884	0.503
24	"	"	"	"	35	"	12.1	14.2	0.881	0.495

Row	L	B	D	H	Q	W	T	T	r	k
25	40	2.5	10	18	30	0	13.7	17.6	0.878	0.468
26	"	"	"	"	25	"	17.2	23.5	0.869	0.456
27	"	"	"	"	20	"	20.4	31.7	0.867	0.426
28	"	"	"	"	15	"	26.4	40.8	0.871	0.427
29	40	3.5	10	18	45	0	12.0	15.6	0.843	0.478
30	"	"	"	"	35	"	15.1	24.2	0.830	0.433
31	"	"	"	"	26	"	19.3	34.2	0.829	0.408
32	"	"	"	"	15	"	33.3	74.4	0.807	0.360
33	40	4.5	10	18	45	0	16.2	22.6	0.788	0.478
34	"	"	"	"	35	"	20.3	31.1	0.783	0.455
35	"	"	"	"	25	"	25.9	50.7	0.773	0.396
36	"	"	"	"	15	"	51.2	71.6	0.778	0.481
37	35	1.5	10	18	45	0	5.2	7.7	0.914	0.422
38	"	"	"	"	40	"	5.9	7.1	0.921	0.476
39	"	"	"	"	35	"	6.8	9.6	0.914	0.437
40	"	"	"	"	30	"	7.0	10.4	0.921	0.420
41	"	"	"	"	25	"	9.7	11.4	0.920	0.480
42	"	"	"	"	20	"	12.2	16.2	0.914	0.450
43	"	"	"	"	15	"	16.3	22.0	0.914	0.450
44	35	2.5	10	18	45	0	8.4	9.6	0.879	0.498
45	"	"	"	"	35	"	10.1	13.1	0.880	0.469
46	"	"	"	"	25	"	14.3	19.0	0.877	0.462
47	"	"	"	"	15	"	25.4	29.8	0.877	0.491
48	35	3.5	10	18	45	0	11.3	11.2	0.851	0.544
49	"	"	"	"	40	"	12.9	13.4	0.846	0.531
50	"	"	"	"	35	"	14.9	15.2	0.846	0.538

Run	L	B	D	H	Q	W	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	r	k
51	35	3.5	10	18	30	0	16.5	19.7	0.843	0.499
52	"	"	"	"	25	"	19.4	25.4	0.839	0.477
53	"	"	"	"	20	"	23.0	37.3	0.829	0.428
54	"	"	"	"	15	"	30.0	54.8	0.822	0.401
55	35	4.5	10	18	45	0	14.1	17.8	0.798	0.500
56	"	"	"	"	35	"	16.1	23.0	0.808	0.465
57	"	"	"	"	25	"	23.8	39.6	0.783	0.435
58	"	"	"	"	15	"	31.9	87.4	0.765	0.324
59	40	2.5	5	18	45	0	5.4	4.3	0.884	0.584
60	"	"	"	"	40	"	5.8	5.0	0.886	0.566
61	"	"	"	"	35	"	6.4	7.2	0.878	0.505
62	"	"	"	"	30	"	7.3	9.1	0.873	0.478
63	"	"	"	"	25	"	8.3	10.7	0.877	0.470
64	"	"	"	"	20	"	9.4	13.7	0.881	0.439
65	"	"	"	"	15	"	13.0	21.7	0.867	0.406
66	"	"	"	"	10	"	18.2	38.3	0.859	0.358
67	"	"	"	"	6	"	29.2	73.2	0.848	0.320
68	40	1.5	5	18	10	0	12.4	21.3	0.912	0.391
69	"	"	"	"	6	"	16.6	37.1	0.916	0.330
70	40	3.5	5	18	45	0	6.2	7.6	0.843	0.493
71	"	"	"	"	40	"	7.0	8.7	0.841	0.487
72	"	"	"	"	35	"	8.1	10.4	0.838	0.483
73	"	"	"	"	30	"	9.7	13.1	0.829	0.472
74	"	"	"	"	25	"	11.8	15.1	0.831	0.485
75	"	"	"	"	20	"	14.5	20.6	0.825	0.461
76	"	"	"	"	15	"	17.2	30.3	0.824	0.408

Run	L	B	D	H	Q	W	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	r	k
77	40	3.5	5	1	10	0	25.9	55.1	0.805	0.369
78	"	"	"	"		"	34.8	111.0	0.733	0.217
79	40	4.5	5	18	45	0	8.7	9.4	0.797	0.536
80	"	"	"	"	40	"	9.7	11.5	0.791	0.515
81	"	"	"	"	35	"	13.0	12.0	0.784	0.578
82	"	"	"	"	30	"	13.2	15.7	0.787	0.515
83	"	"	"	"	25	"	15.5	20.8	0.780	0.489
84	"	"	"	"	20	"	16.5	30.3	0.778	0.412
85	"	"	"	"	15	"	23.2	35.6	0.786	0.452
86	"	"	"	"	10	"	26.5	77.6	0.762	0.309
87	"	"	"	"	6	"	36.8	120.6	0.782	0.281
88	40	2.5	10	18	45	0.3	9.7	10.6	0.881	0.505
89	"	"	"	"	"	0.8	9.5	10.5	0.882	0.503
90	"	"	"	"	"	1.1	9.5	10.2	0.883	0.508
91	"	"	"	"	"	2.2	10.0	11.1	0.878	0.513
92	"	"	"	"	"	4.3	9.6	10.8	0.881	0.505
93	"	"	"	"	"	8.0	10.1	13.5	0.861	0.463
94	"	"	"	"	"	10.0	11.0	13.7	0.858	0.485
95	"	"	"	"	"	11.0	11.9	14.9	0.848	0.490
96	"	"	"	"	"	13.8	13.8	13.5	0.847	0.551
97	40	2.5	10	18	35	0.4	11.4	18.9	0.865	0.410
98	"	"	"	"	"	1.3	12.4	18.2	0.863	0.440
99	"	"	"	"	"	1.9	13.5	15.4	0.869	0.502
100	"	"	"	"	"	2.5	13.7	15.9	0.866	0.496
101	"	"	"	"	"	3.5	13.9	18.9	0.854	0.463
102	"	"	"	"	"	4.5	14.7	19.6	0.848	0.470

All the values of W include negative sign.

Appendix 2. Settling of the suspended sludge against initial concentration

Intensity of aeration	Run 1 0.364*		Run 2 2.80*		Run 3 5.96*	
	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)
Measurements	0:07	163 152	0:06	229 216	0:07	334 320
	0:21	111 117	0:23	190 179	0:12	253 268
	0:33	104 99	0:37	162 167	0:29	211 217
	1:05	91 91	0:55	142 144	0:44	189 192
	1:30	83	1:34	128	1:03	176 187
	4:00	16.5	∞**	20 18	1:31	155 161

Experimental conditions ( Dec. 16, 1967 )	
Amount of sludge : 100 ml	Room temp. : 21 °C
Water temp. : 20 °C	Amount of sewage : 1000 ml
Initial BOD <sub>5</sub> : 300 ppm	Initial conc. of MLSS : 2700 ppm

\*  $\frac{\text{ml air}}{\text{ml water, min.}}$  , \*\* Concentration in a centrifuged supernatant



Intensity of aeration	Run 7 0.159*		Run 8 1.13*		Run 9 4.08*	
	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)
Measurements	0:13	45	0:15	51	0:10	92
	0:32	39	0:28	48	0:25	82
	0:59	26		41		85
		33	0:50	33	0:40	75
	1:17	22		37		70
	2:02	17	1:20	25	1:12	55
			1:43	32	1:30	63
				22	2:00	52
						39

Experimental conditions ( Dec. 23, 1967 )	
Amount of sludge : 80 ml	Room temp. : 20 °c
Water temp. : 20 °c	Amount of sewage : 1090 ml
Initial BOD <sub>5</sub> : 294 ppm	Initial conc. of MLSS : 2750 ppm

Intensity of aeration	Run 4 0.273*		Run 5 1.02*		Run 6 1.94*	
	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)	Settling time (hr. min.)	BOD <sub>5</sub> in supernatant (ppm)
Measurements	0:15	94	0:13	72	0:18	98
	0:25	56	0:21	60	0:23	87
	0:32	42	0:33	51	0:38	70
	0:45	38	1:01	30	1:00	66
	1:03	27	1:30	28	3:05	35
	3:08 ∞**	8 3	3:03	21		

Experimental conditions ( Jan. 19, 1968 )		
Amount of sludge : 90 ml	Room temp. : 18 °c	
Water temp. : 20 °c	Amount of sewage : 1000 ml	
Initial BOD <sub>5</sub> : 289 ppm	Initial conc. of MLSS : 2425 ppm	

## 謝 辞

本研究を進めるに当り、全般に亘って細部にまで懇切なる御教示を頂いた高松武一郎先生（京都大学教授）に心から感謝致します。各部についてはその分野の最高権威であられる先生方、曝気槽操作や、沈殿池に関する合田健先生（京都大学教授）、沈殿池に関する岩井重久先生（京都大学教授）、最適化と流動モデルに関する Fan 先生（カンサス州立大学教授）の御助言を頂けたことはこの上ない幸せでありました。

更に中西英二先生（現神戸大学助教授）の御指導と又実験に際しての池田有光氏（京都大学助手）、井上孝也氏（現昭和電工）、宮本佳紀氏（現木村鉛鉄）、芝定孝氏（京都大学大学院）の御協力に対して深く感謝致します。